



# **Aerodynamische Geräuscherzeugung und -fortpflanzung– Grundlagen und Überblick**

Jan Delfs

DLR Institut für Aerodynamik & Strömungstechnik  
Braunschweig, Abteilung Technische

Kursus „Aeroakustik“ Haus der Technik 28./29.06.2011



Deutsches Zentrum  
für Luft- und Raumfahrt e.V.  
in der Helmholtz-Gemeinschaft

# Übersicht

- Grundgleichungen der Strömungsakustik: Inhomogene Wellengleichung, Lighthillsche Analogie, weitere Analogieverfahren,
- Charakterisierung aeroakustischer Quellen
- Schallbrechung an Scher- und Temperaturschichten
- Verwendung dimensionsloser Größen (Skalierungseffekte)
- Schallintensität in Strömungen
- Umrechnung Windkanaltest/Überflug bzw. Vorbeifahrt
- prinzipielle Maßnahmen zur Geräuschminderung bei Strömungslärmquellen, aeroakustischer Entwurf

# Grundgleichungen der Strömungsakustik:



# Der lange Weg zur Gleichung für den Schalldruck...

Schreibe Strömungsfeldgrößen als Überlagerung von Zeitmittelwert  $\bar{f} = \bar{f}(\mathbf{x})$  und (kleiner) Störung  $f' = f'(\mathbf{x}, t)$

$$\rho = \bar{\rho} + \varepsilon \rho' \quad p = \bar{p} + \varepsilon p' \quad \mathbf{v} = \bar{\mathbf{v}} + \varepsilon \mathbf{v}'$$

Dichte

Druck

Geschwindigkeit

in Bilanzgleichungen, dann Vernachlässigung Viskosität + Wärmeleitung  
⇒ Linearisierte Eulergleichungen (LEE) beschreiben Störungen in gegebenem zeitgemitteltem Strömungsfeld  $(\bar{\rho}, \bar{\mathbf{v}}, \bar{p})$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \mathbf{v}' + \bar{\mathbf{v}} \rho') = \dot{m}'$$

$$\bar{\rho} \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + \bar{\rho} (\bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \mathbf{v}' + \mathbf{v}' \cdot \nabla \bar{\mathbf{v}}) + \rho' \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \bar{\mathbf{v}} + \nabla p' = \mathbf{f}'$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla p' + \mathbf{v}' \cdot \nabla \bar{p} + \gamma (p' \nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} + \bar{p} \nabla \cdot \mathbf{v}') = \dot{\theta}'$$

Externe Quellen:

Masse  $\dot{m}'$

Impuls  $\mathbf{f}'$

Wärme  $\dot{\theta}'$

$$\dot{\theta}' = (\gamma - 1) / \bar{a}^2 \dot{\mathcal{Q}}' + \dot{m}' / \gamma$$



# Wellengleichung für Schalldruck bei gleichförmiger Strömung

Annahme: Strömungsfeld trivial, d.h. alle Strömungsgrößen const.:

$$\bar{\rho} = \rho_{\infty} \quad \bar{p} = p_{\infty} \quad \bar{\mathbf{v}} = \mathbf{v}_{\infty}$$

Dann lässt sich sog. „konvektive Wellengleichung“ aus LEE isolieren; beschreibt Dynamik von kleinen Druckstörungen in konst. Strömung

$$\underbrace{\frac{1}{a_{\infty}^2} \frac{D_{\infty}^2 p'}{Dt^2} - \Delta p'}_{\text{Wellendynamik}} = \underbrace{\frac{D_{\infty} \dot{\theta}'}{Dt} - \nabla \cdot \mathbf{f}'}_{\text{Anregung (Quelle)}}$$

Wellendynamik      Anregung (Quelle)

Sonderfall ruhendes Medium:  $\frac{D_{\infty}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t}$

$$\frac{1}{a_{\infty}^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \Delta p' = \frac{\partial \dot{\theta}'}{\partial t} - \nabla \cdot \mathbf{f}'$$

klassische Wellengleichung

$$a_{\infty} = \sqrt{\gamma R T_{\infty}}$$

Isentrope Schallgeschwindigkeit (ideales Gas)

$$\frac{D_{\infty}}{Dt} := \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_{\infty} \cdot \nabla$$

materielle Zeitableitung  
entlang Strömungsfeld



# Beschreibung aeroakustischer Quellen: Lighthill'sche Analogie

Sir James Lighthill 1952♥:

(\*) Impulsbilanz: 
$$\frac{\partial(\rho \mathbf{v})}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v} + p \mathbf{I} - \boldsymbol{\tau})$$

(\*\*) Massenbilanz: 
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$$

$$\frac{\partial(*)}{\partial t} - \nabla \cdot (**): \quad \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = \nabla \cdot \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v} + p \mathbf{I} - \boldsymbol{\tau})$$

$$-a_\infty^2 \Delta \rho: \quad \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - a_\infty^2 \Delta \rho' = \nabla \cdot \nabla \cdot (\underbrace{\rho \mathbf{v} \mathbf{v} + (p' - a_\infty^2 \rho') \mathbf{I} - \boldsymbol{\tau}}_T)$$

$$\rho' := \rho - \rho_\infty$$

$$p' := p - p_\infty$$

Lighthill'sche Analogiegleichung

Lighthill'scher Spannungstensor

♥) Proc. Roy. Soc. 1952





# Beschreibung aeroakustischer Quellen: Lighthill'sche Analogie

Alternativ: Druckform der Lighthill'schen Wellengleichung:

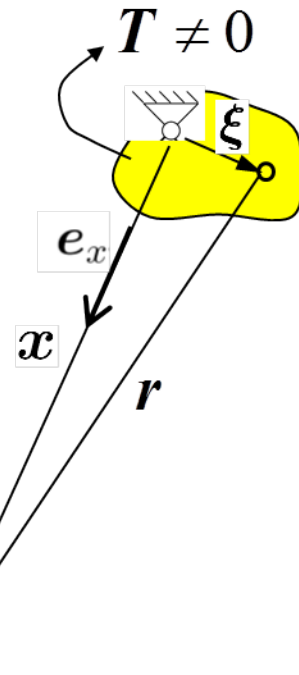
$$\frac{1}{a_\infty^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \Delta p' = \nabla \cdot \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v} - \boldsymbol{\tau}) + \frac{1}{a_\infty^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (p' - a_\infty^2 \rho')$$

Lösung der Lighthill'schen Wellengleichung für das Freifeld\*

$$\Rightarrow \rho'(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi a_0^2} \nabla_x \cdot \nabla_x \cdot \int_{V_S} \frac{1}{r} \mathbf{T}(t - r/a_0, \boldsymbol{\xi}) dV(\boldsymbol{\xi})$$

... und im Fernfeld\* (d.h. Abstand  $r \rightarrow \infty$ )

$$\Rightarrow \rho'(\mathbf{x}, t) \simeq \frac{1}{4\pi a_0^4 |\mathbf{x}|} (\mathbf{e}_x \mathbf{e}_x) : \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{V_S} \mathbf{T}(t - r/a_0, \boldsymbol{\xi}) dV(\boldsymbol{\xi})$$





# Beschreibung aeroakustischer Quellen: Lighthill'sche Analogie

Beispiele für aeroakustische Quellen in freier Strömung (keine Objekte):

$$\mathbf{T} = \rho \mathbf{v} \mathbf{v} + (p' - a_{\infty}^2 \rho') \mathbf{I} - \boldsymbol{\tau}$$

- jede Form freier Turbulenz Strahlärm, Scherschichtärm, Grenzschichtärm
- Geräusch freier Flammen, Verbrennung
- Hochgeschwindigkeitsimpulsärm bei Hubschrauberschnellflug
- ...







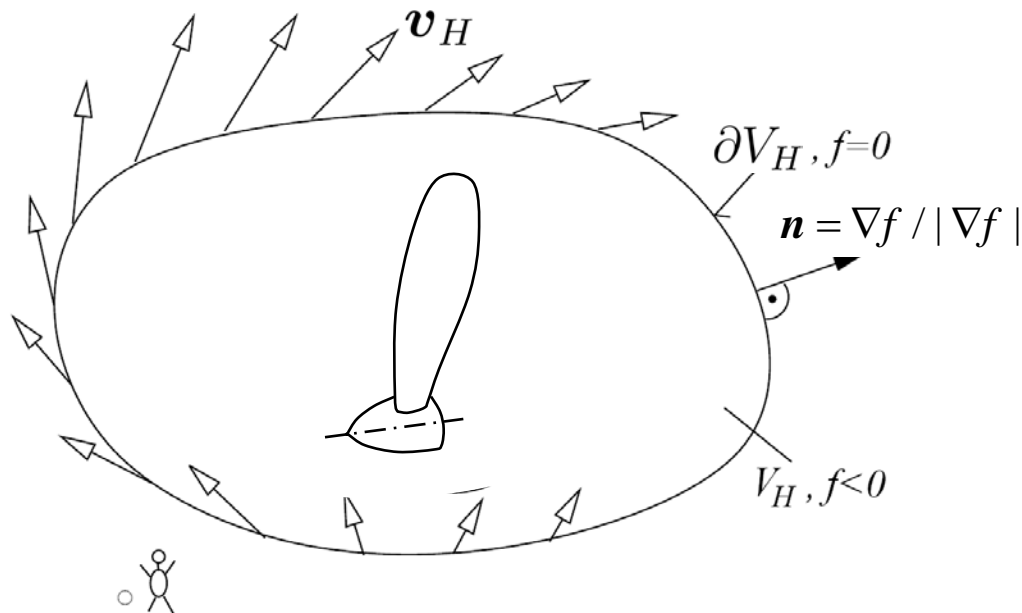
# Beschreibung aeroakustischer Quellen: Ffowcs-Williams & Hawkings Gl.

Weitere Quellen außer Lighthill-Tensor?

Ja, bei Anwesenheit von (bewegten) Objekten in Strömung!

Herleitung analog wie Lighthill-Gleichung unter expliziter Berücksichtigung der Anwesenheit bewegter Objekte

„Ausblenden“ von Objekten durch Verpacken in (bewegte) Hüllfläche  $\partial V_H$



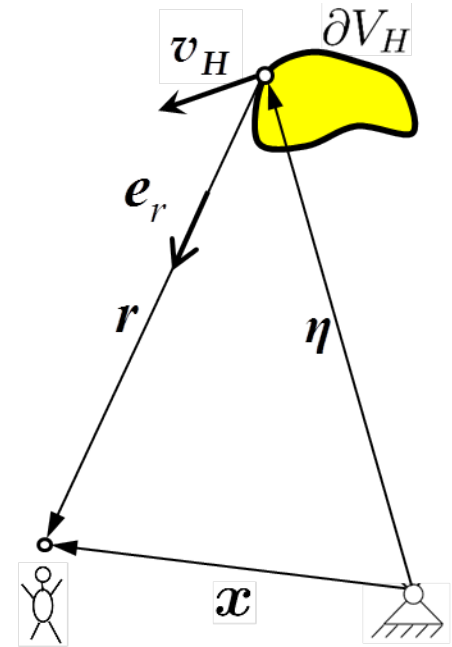
$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}, t) &< 0 & \mathbf{x} \in V_H \\ f(\mathbf{x}, t) &= 0 & \text{for } \mathbf{x} \in \partial V_H \\ f(\mathbf{x}, t) &> 0 & \text{else} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v}_H \cdot \nabla f = 0$$

# Beschreibung aeroakustischer Quellen: Ffowcs-Williams & Hawkings Gl.

$$\begin{aligned} \rho'(\mathbf{x}, t) = & \frac{1}{4\pi a_\infty^2} \nabla \cdot \nabla \cdot \int_{V_H^+} \frac{T}{r |1 - M_r|} J dV(\boldsymbol{\eta}) \\ & - \frac{1}{4\pi a_\infty^2} \nabla \cdot \int_{\partial V_H} \frac{[\rho \mathbf{v}(\mathbf{v} - \mathbf{v}_H) - \boldsymbol{\tau} + p \mathbf{I}] \mathbf{n}}{r |1 - M_r|} K dS(\boldsymbol{\eta}) \\ & + \frac{1}{4\pi a_\infty^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\partial V_H} \frac{[\rho(\mathbf{v} - \mathbf{v}_H) + \rho_\infty \mathbf{v}_H] \cdot \mathbf{n}}{r |1 - M_r|} K dS(\boldsymbol{\eta}) \end{aligned}$$

Ffowcs-Williams & Hawkings Gleichung 1969



$\boldsymbol{\eta}$  = Ortsvektor im flächenfesten (mitbewegten) System

Integrale ausgewertet zum retardierten (=Sende-)Zeitpunkt

$$\tau = t - r(\tau) / a_\infty$$

$$M_r = \mathbf{v}_H \cdot \mathbf{e}_r / a_\infty$$

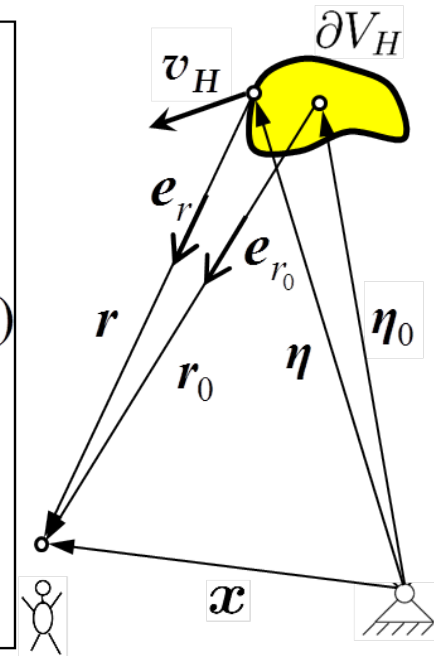
$$J = \det \frac{\partial \xi_i}{\partial \eta_j} = \text{Volumenausdehnung}$$

$K$  = Flächenausdehnung

$V_H^+$  = Fluidvolumen (außerhalb Hüllfl.)

# Beschreibung aeroakustischer Quellen: Ffowcs-Williams & Hawkings Gl.

$$\begin{aligned} \rho'(\mathbf{x}, t) \cong & \frac{1}{4\pi r_0 a_\infty^4} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{V_H^+} \frac{\mathbf{e}_{r_0} \cdot (\mathbf{T} \mathbf{e}_{r_0})}{|1 - M_r|} J dV(\boldsymbol{\eta}) \\ & + \frac{1}{4\pi r_0 a_\infty^3} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\partial V_H} \frac{\mathbf{e}_{r_0} \cdot ([\rho \mathbf{v}(\mathbf{v} - \mathbf{v}_H) - \boldsymbol{\tau} + p \mathbf{I}] \mathbf{n})}{|1 - M_r|} K dS(\boldsymbol{\eta}) \\ & + \frac{1}{4\pi r_0 a_\infty^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\partial V_H} \frac{[\rho(\mathbf{v} - \mathbf{v}_H) + \rho_\infty \mathbf{v}_H] \cdot \mathbf{n}}{|1 - M_r|} K dS(\boldsymbol{\eta}) \end{aligned}$$



$\boldsymbol{\eta}$  = Ortsvektor im flächenfesten (mitbewegten) System

Integrale ausgewertet zum retardierten (=Sende-)Zeitpunkt

$$\tau = t - r(\tau) / a_\infty$$

$$M_r = \mathbf{v}_H \cdot \mathbf{e}_r / a_\infty$$

$$J = \det \frac{\partial x_i}{\partial \eta_j} = \text{Volumenausdehnung}$$

$$K = \text{Flächenausdehnung}$$

$$V_H^+ = \text{Fluidvolumen (außerhalb Hüllfl.)}$$



# Beschreibung aeroakustischer Quellen: Ffowcs-Williams & Hawkings Gl.

Praktische Bedeutung der FW-H Gleichung:

## 1. Erklärung von Quellmechanismen

→ Oberflächenformulierung der FW-H eignet sich gut, aerodynamische Ursachen für die Schallentstehung zu identifizieren

## 2. Quellmodellierung (als Folge von 1)

→ Zuordnung Strömungsgrößen zu Quellmechanismen in FW-H erlaubt gezielte (vereinfachende) Quellmodellierung  
→ Integrale Beschreibung potenziell robust („Herausmitteln von Fehlern“)

## 3. CFD-basierte Schallvorhersage

→ FW-H gibt Rahmen für numerisch basierte Schallvorhersage  
→ Berechnung Strömungsgrößen für FW-H Terme mittels CFD im Nahfeld + Extrapolation Schallfeld mittels num. Integration FW-H Gleichung  
→ günstig: bei genügend großer Hüllfläche entfällt Volumenintegral und Schallfeld berechenbar über Auswertung von Oberflächendaten!



# Weiterführende Analogien

## Lösung der Lighthill und FW-H Gleichung nur exakt, wenn

- außerhalb der Hüllfläche kein oder gleichförmiges (konstantes) Strömungsfeld
- außerhalb der Hüllfläche keine (reflektierenden/beugenden) Oberflächen

Quellterme fehlinterpretieren kinematische Effekte beim Durchgang von Schallwellen durch Scherschichten oder Strömungsgradienten als Quellen

## Daher weiterführende Analogien

- Lilleygleichung (1971) [5]: keine analytische Lösung, enthält auch Wirbelmoden
- Möhringgleichung (1982) [6]: keine analytische Lösung, aber exakte Analogie für Potenzialströmungen: Strömungsquellterm Divergenz von „Lambvektor“  
 $\mathbf{L} := \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}$  mit  $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{v}$ , d.h.: ohne Drehung keine Schallerzeugung!
- Acoustic Perturbation Equations, Ewert (1989) [7]: APE analog Möhringgleichung, aber für primitive Variablen, besser geeignet für numerische Verfahren

# Charakterisierung aeroakustischer Quellen



# Grundlage: Fernfeldform der Ffowcs-Williams & Hawkings Gl.

Explizite Ausführung der Zeitableitungen gibt (Fernfeld, Hüllfläche in Starrkörperbewegung:  $J = 1, K = 1$ ):

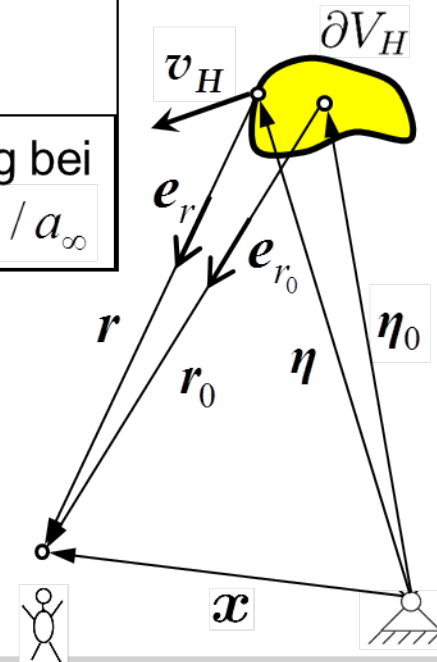
$$\begin{aligned}
 p'(\mathbf{x}, t) = & \frac{1}{4\pi r_0 a_\infty^2} \int_{V_H^+} \frac{\ddot{T}_{rr}}{|1 - M_r|^3} + \frac{3\dot{T}_{rr}\dot{M}_r + T_{rr}\ddot{M}_r}{|1 - M_r|^4} + \frac{3T_{rr}\dot{M}_r^2}{|1 - M_r|^5} dV(\eta) \\
 & + \frac{1}{4\pi r_0 a_\infty} \int_{\partial V_H} \frac{\dot{f}_r}{|1 - M_r|^2} + \frac{f_r \dot{M}_r}{|1 - M_r|^3} dS(\eta) \\
 & + \frac{1}{4\pi r_0} \int_{\partial V_H} \frac{\dot{m}_n}{|1 - M_r|^2} + \frac{m_n \dot{M}_r}{|1 - M_r|^3} dS(\eta)
 \end{aligned}$$

Auswertung bei  
 $\tau = t - r(\tau) / a_\infty$

$$T_{rr} := \mathbf{e}_{r_0} \cdot (\mathbf{T} \mathbf{e}_{r_0})$$

$$f_r := \mathbf{e}_{r_0} \cdot ([\rho \mathbf{v}(\mathbf{v} - \mathbf{v}_H) + p\mathbf{I} - \boldsymbol{\tau}] \mathbf{n})$$

$$m_n := [\rho(\mathbf{v} - \mathbf{v}_H) + \rho_\infty \mathbf{v}_H] \cdot \mathbf{n}$$



# Strömungsschallquellen an ruhenden Objekten

Sonderfall FW-H: Ruhende Hüllfläche  $v_H = 0$  (Curle 1955)

$$p'(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi r_0 a_\infty^2} \int_{V_H^+} \ddot{T}_{rr} dV(\boldsymbol{\eta}) + \frac{1}{4\pi r_0 a_\infty} \int_{\partial V_H} \dot{f}_r dS(\boldsymbol{\eta}) + \frac{1}{4\pi r_0} \int_{\partial V_H} \dot{m}_n dS(\boldsymbol{\eta})$$

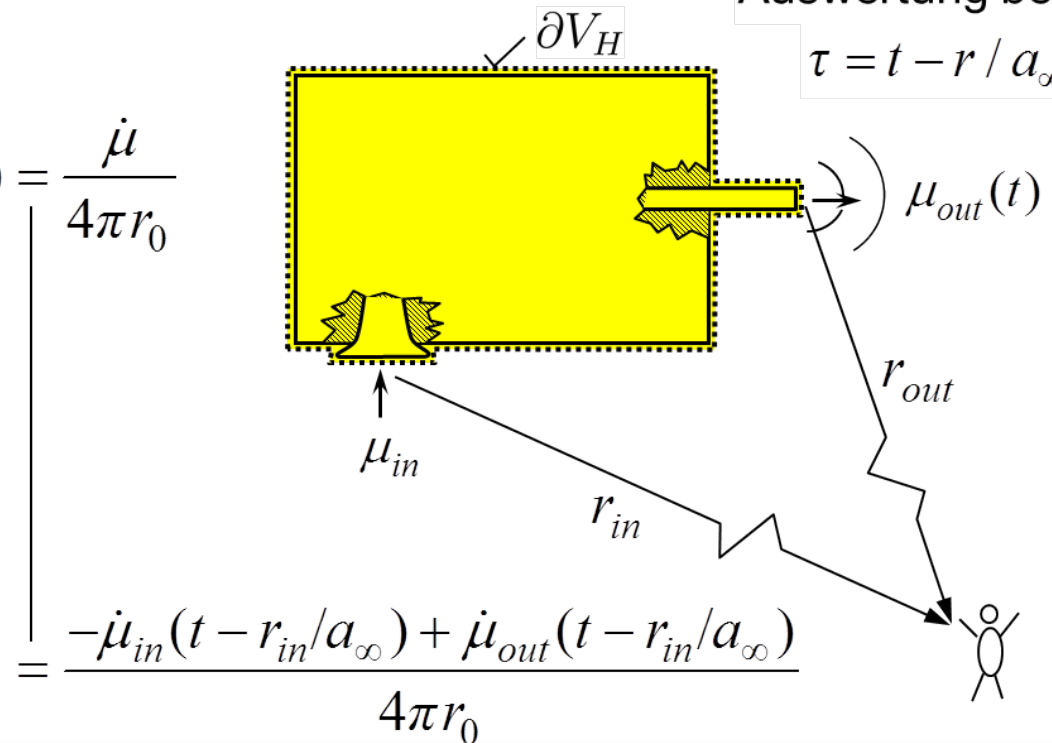
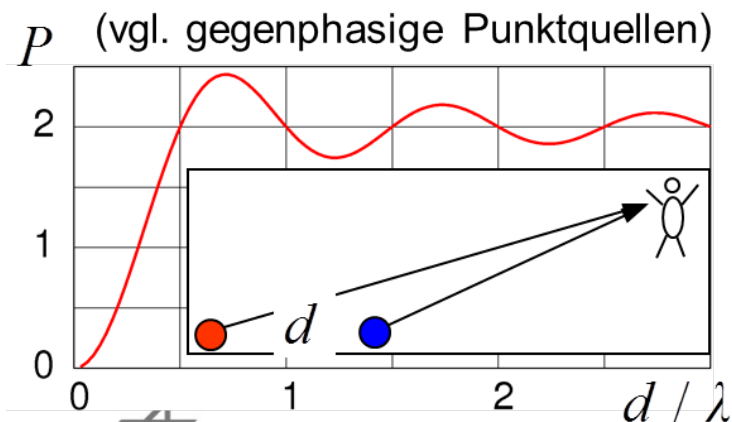
$$f_r := \mathbf{e}_{r_0} \cdot ([\rho \mathbf{v} \mathbf{v} + p \mathbf{I} - \boldsymbol{\tau}] \mathbf{n})$$

$$m_n := \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}$$

Auswertung bei  
 $\tau = t - r / a_\infty$

## Massenstromquellen:

$$p'_m(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi r_0} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\partial V_H} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS(\boldsymbol{\eta}) = \frac{\dot{\mu}}{4\pi r_0}$$





# Strömungsschallquellen an ruhenden Objekten

Sonderfall FW-H: Ruhende Hüllfläche  $v_H = 0$  (Curle 1955)

$$p'(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi r_0 a_\infty^2} \int_{V_H^+} \ddot{T}_{rr} dV(\boldsymbol{\eta}) + \frac{1}{4\pi r_0 a_\infty} \int_{\partial V_H} \dot{f}_r dS(\boldsymbol{\eta}) + \frac{1}{4\pi r_0} \int_{\partial V_H} \dot{m}_n dS(\boldsymbol{\eta})$$

$$f_r := \mathbf{e}_{r_0} \cdot ([\rho \mathbf{v} \mathbf{v} + p \mathbf{I} - \boldsymbol{\tau}] \mathbf{n})$$

$$m_n := \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}$$

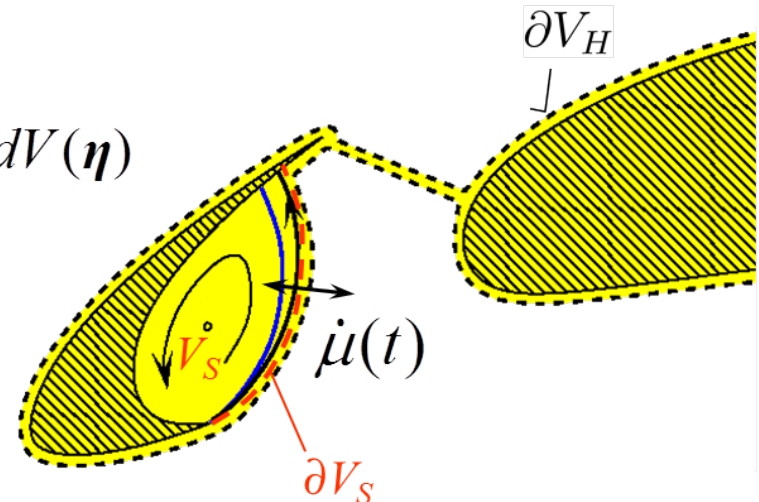
Auswertung bei  
 $\tau = t - r / a_\infty$

## Massenstromquellen:

$$p'_m(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi r_0} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\partial V_s} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS(\boldsymbol{\eta}) = \frac{\dot{\mu}}{4\pi r_0}$$

$$= \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_s} \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) dV(\boldsymbol{\eta}) = - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{V_s} \rho dV(\boldsymbol{\eta})$$

Gauss Integralsatz (Umformung  
aber nur korrekt für akustisch kompaktes  
Volumen  $V_s$ )



# Strömungsschallquellen an ruhenden Objekten

Sonderfall FW-H: Ruhende Hüllfläche  $v_H = 0$  (Curle 1955)

$$p'(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi r_0 a_\infty^2} \int_{V_H^+} \ddot{T}_{rr} dV(\boldsymbol{\eta}) + \frac{1}{4\pi r_0 a_\infty} \int_{\partial V_H} \dot{f}_r dS(\boldsymbol{\eta}) + \frac{1}{4\pi r_0} \int_{\partial V_H} \dot{m}_n dS(\boldsymbol{\eta})$$

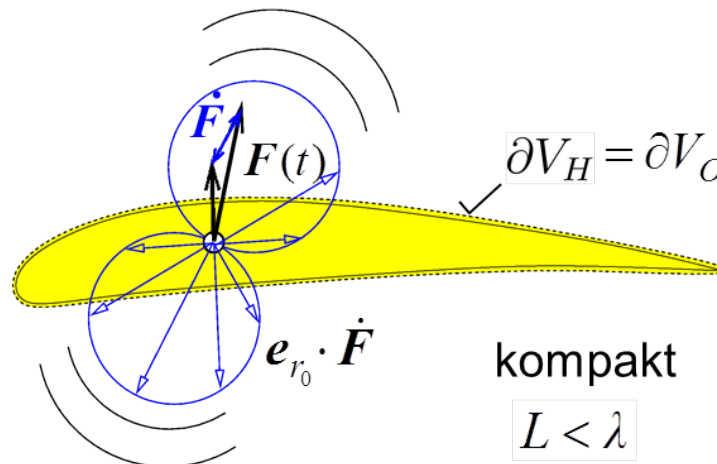
$$f_r := \mathbf{e}_{r_0} \cdot ([\rho \mathbf{v} \mathbf{v} + p \mathbf{I} - \boldsymbol{\tau}] \mathbf{n})$$

$$m_n := 0$$

**Belastungsschallquellen:**

$$p'_f(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi r_0 a_\infty} \mathbf{e}_{r_0} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \int_{\partial V_o} (p \mathbf{I} - \boldsymbol{\tau}) \mathbf{n} dS(\boldsymbol{\eta}) = \frac{\mathbf{e}_{r_0} \cdot \dot{\mathbf{F}}}{4\pi r_0 a_\infty}$$

Auswertung bei  
 $\tau = t - r / a_\infty$



# Strömungsschallquellen an ruhenden Objekten

Sonderfall FW-H: Ruhende Hüllfläche  $v_H = 0$  (Curle 1955)

$$p'(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi r_0 a_\infty^2} \int_{V_H^+} \ddot{T}_{rr} dV(\boldsymbol{\eta}) + \frac{1}{4\pi r_0 a_\infty} \int_{\partial V_H} \dot{f}_r dS(\boldsymbol{\eta}) + \frac{1}{4\pi r_0} \int_{\partial V_H} \dot{m}_n dS(\boldsymbol{\eta})$$

$$f_r := \mathbf{e}_{r_0} \cdot ([\rho \mathbf{v} \mathbf{v} + p \mathbf{I} - \boldsymbol{\tau}] \mathbf{n})$$

$$m_n := 0$$

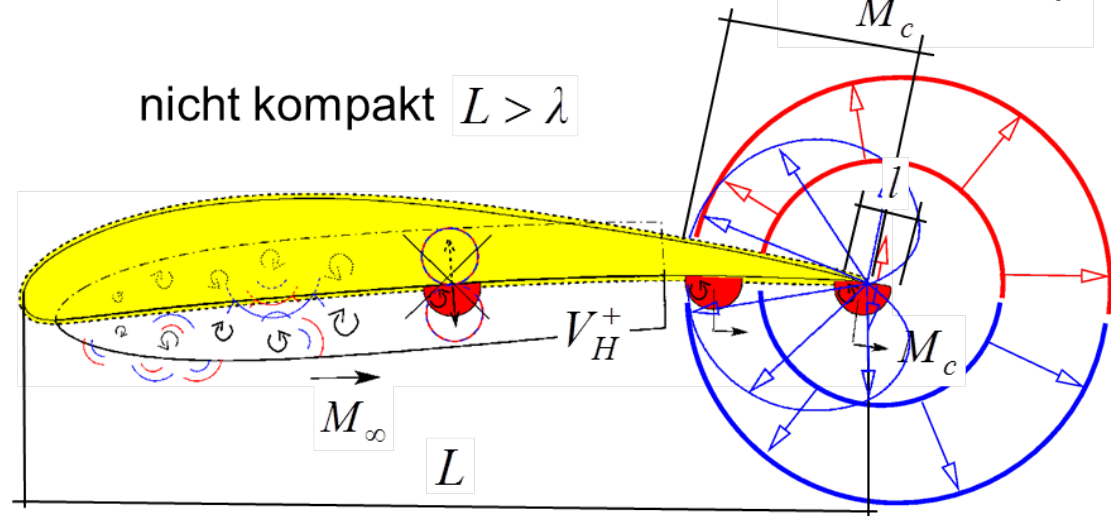
**Belastungsschallquellen:**

$$p'_f(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi r_0 a_\infty} \mathbf{e}_{r_0} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \int_{\partial V_o} (p \mathbf{I} - \boldsymbol{\tau}) \mathbf{n} dS(\boldsymbol{\eta}) = \frac{\mathbf{e}_{r_0} \cdot \dot{\mathbf{F}}}{4\pi r_0 a_\infty}$$

Auswertung bei  
 $\tau = t - r / a_\infty$

$$\lambda = \frac{l}{M_c} (1 - M_\infty)$$

nicht kompakt  $L > \lambda$



# Strömungsschallquellen an ruhenden Objekten

$$p'(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi r_0 a_\infty^2} \int_{V_H^+} \ddot{T}_{rr} dV(\boldsymbol{\eta}) + \frac{1}{4\pi r_0 a_\infty} \int_{\partial V_H} \dot{f}_r dS(\boldsymbol{\eta}) + \frac{1}{4\pi r_0} \int_{\partial V_H} \dot{m}_n dS(\boldsymbol{\eta})$$

$$T_{rr} := \mathbf{e}_{r_0} \cdot ([\rho \mathbf{v} \mathbf{v} + (p' - a_\infty^2 \rho') \mathbf{I} - \boldsymbol{\tau}] \mathbf{e}_{r_0}) \quad f_r := \mathbf{e}_{r_0} \cdot ([\rho \mathbf{v} \mathbf{v} + p \mathbf{I} - \boldsymbol{\tau}] \mathbf{n}) \quad m_n := \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}$$

## Parameterabhängigkeiten der Fernfeldintensität:

$$I = \overline{p'^2} / (\rho_\infty a_\infty)$$

**Volumenquelle**  
(kalte Strömung):

$$I_T = \rho_\infty \frac{U_\infty^8}{a_\infty^5} \frac{L^2}{r_0} C_T$$

(heiße, turb. Ström.):

$$I_T = \rho_\infty \frac{U_\infty^6}{a_\infty^3} \frac{L^2}{r_0^2} \left( \tilde{C} \frac{U_\infty}{a_\infty} + \frac{T_s}{T_\infty} - 1 \right)^2 C_T$$

**Impulsquelle**  
(kompaktes Objekt!):

$$I_f = \rho_\infty \frac{U_\infty^6}{a_\infty^3} \frac{L^2}{r_0} C_f$$

**Massenstromquelle:**

$$I_m = \rho_\infty \frac{U_\infty^4}{a_\infty} \frac{L^2}{r_0} C_m$$

Abschätzungen

$$\frac{\partial}{\partial t} \sim \frac{U_\infty}{L}$$

$$p \sim \rho_\infty U_\infty^2$$

$$\mathbf{v} \sim U_\infty$$

$$T \sim T_s$$



# Beispiel: Skalierungsgesetze bei Flugzeugfahrwerken

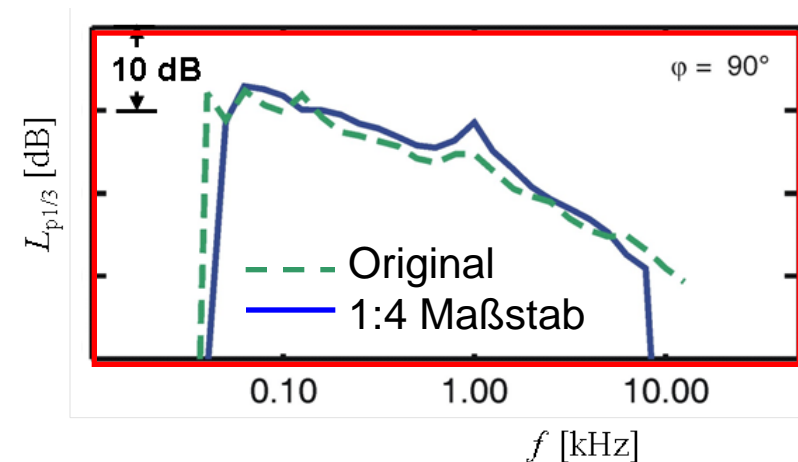
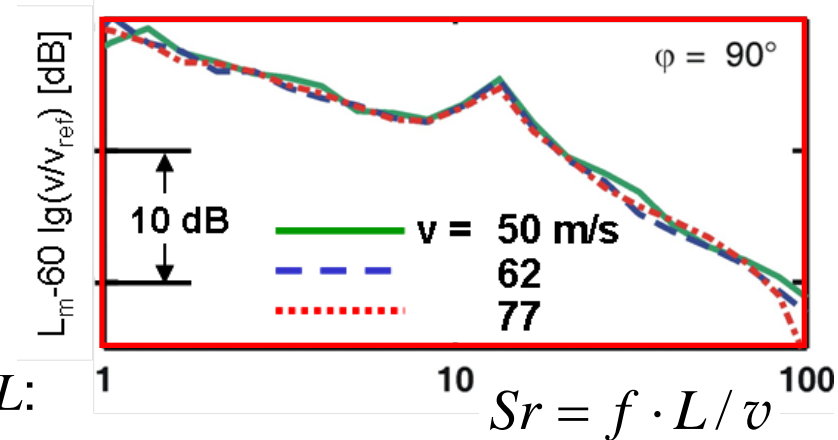
Annahme: Kompakte Quellen, Belastungslärm  $I_f = \rho_\infty \frac{U_\infty^6}{a_\infty^3} \frac{L^2}{r_0} C_f$

➤ Frequenzskalierung basierend auf Strouhalzahl:

$$Sr = \frac{f \cdot L}{v} = \text{const.}$$

➤ Pegelskalierung basierend auf dipolartiger Schallquelle mit Quelldimension  $L$ :

$$L_{ref} = L_{meas} - 10 \cdot \log \left( \frac{v_{meas}}{v_{ref}} \right)^6 + 10 \cdot \log \left( \frac{L_{ref}}{L} \right)^2 + 10 \cdot \log \left( \frac{r_{meas}}{r_{ref}} \right)^2$$



# Strömungsschallquellen an schnell bewegten Objekten

Oberflächenformulierung: Hüllfläche auf Objektoberfläche zurückziehen:

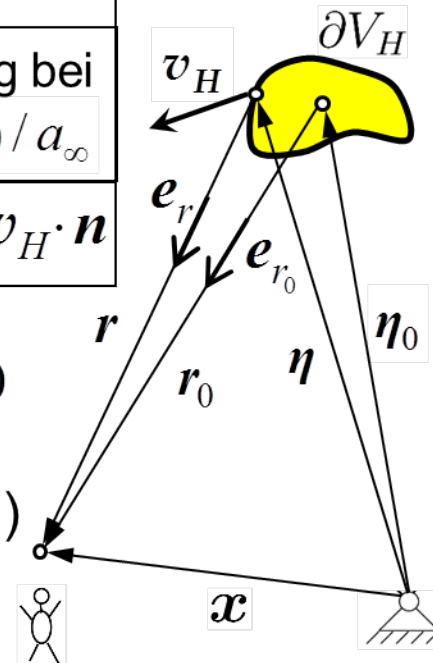
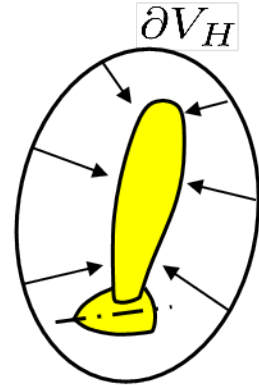
$$\begin{aligned}
 p'(\mathbf{x}, t) = & \frac{1}{4\pi r_0 a_\infty^2} \int_{V_B^+} \frac{\ddot{T}_{rr}}{|1 - M_r|^3} + \frac{3\dot{T}_{rr}\dot{M}_r + T_{rr}\ddot{M}_r}{|1 - M_r|^4} + \frac{3T_{rr}\dot{M}_r^2}{|1 - M_r|^5} dV(\boldsymbol{\eta}) \\
 & + \frac{1}{4\pi r_0 a_\infty} \int_{\partial V_B} \frac{\dot{f}_r}{|1 - M_r|^2} + \frac{f_r \dot{M}_r}{|1 - M_r|^3} dS(\boldsymbol{\eta}) \\
 & + \frac{1}{4\pi r_0} \int_{\partial V_B} \frac{\dot{m}_n}{|1 - M_r|^2} + \frac{m_n \dot{M}_r}{|1 - M_r|^3} dS(\boldsymbol{\eta})
 \end{aligned}$$

(Fernfeldform)

$$f_r := \mathbf{e}_{r_0} \cdot ([p\mathbf{I} - \boldsymbol{\tau}] \mathbf{n})$$

Auswertung bei  
 $\tau = t - r(\tau) / a_\infty$

$$m_n := \rho_\infty \mathbf{v}_H \cdot \mathbf{n}$$

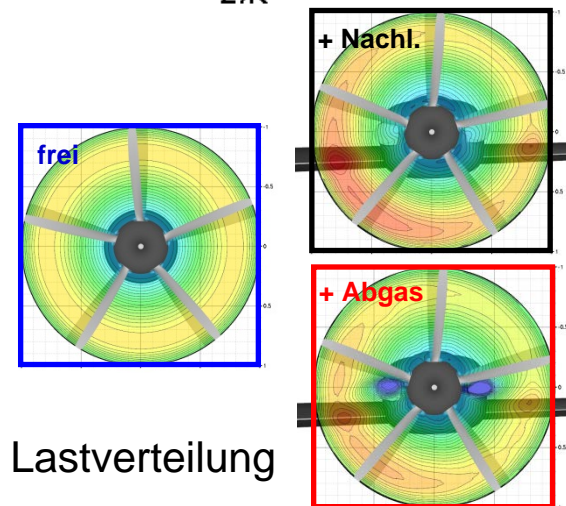
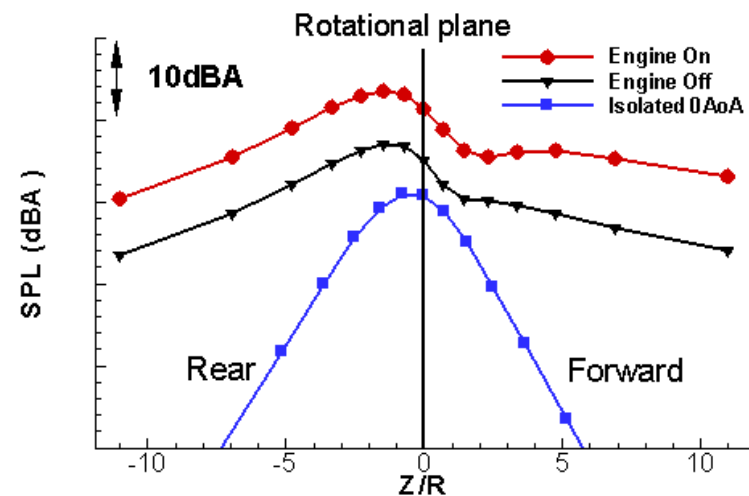
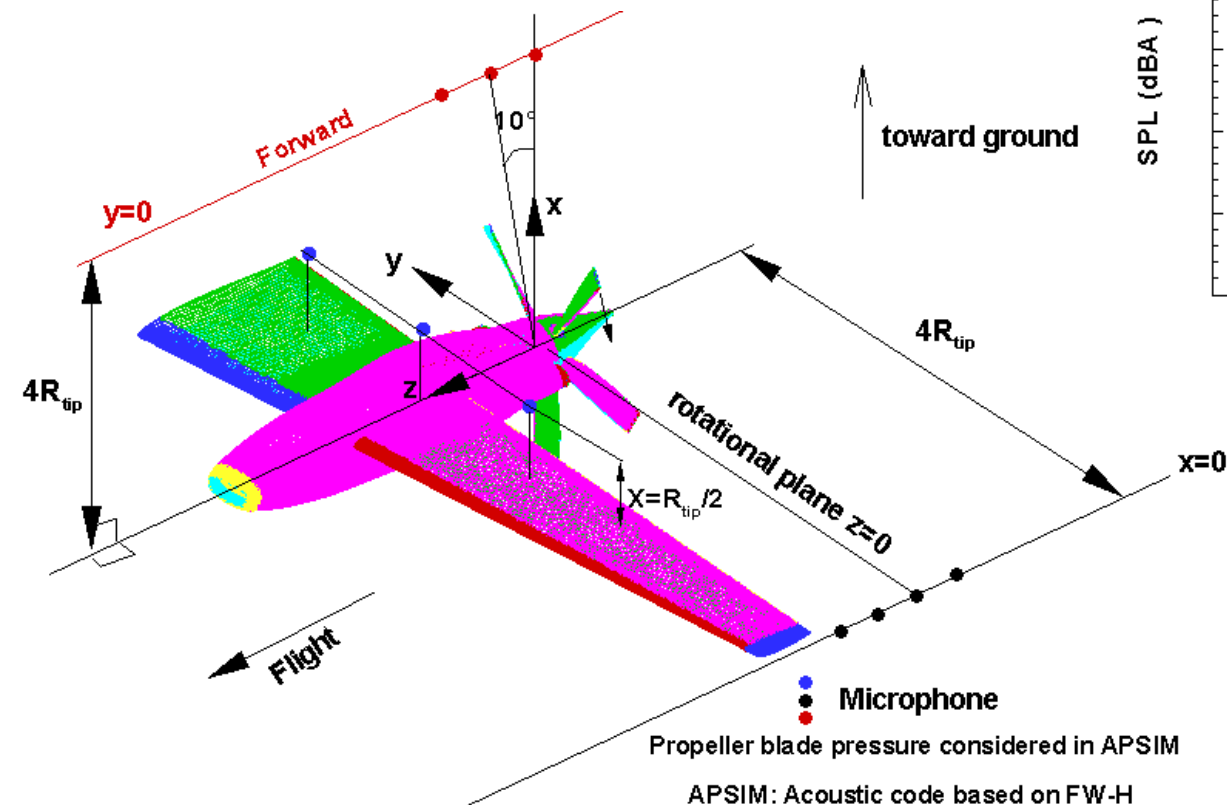


- Zusatzschallquelle bei beschleunigten Oberflächen  $\dot{M}_r \neq 0$
- Schallerzeugung auch bei konstanter Luftkraft (z.B: Rotor)
- Konvektive Verstärkung infolge Bewegung (auch unbeschl.)
- Schallverstärkung in Bewegungsrichtung: Richtwirkung!

# Strömungsschallquellen an schnell bewegten Objekten

Beispiel: Schallabstrahlung eines install. Schubpropellers (Piaggio), Take-off

$$p'(x,t) = \frac{1}{4\pi r_0 a_\infty} \int_{\partial V_B} \frac{\dot{f}_r}{|1-M_r|^2} + \frac{f_r \dot{M}_r}{|1-M_r|^3} dS(\eta)$$



Lastverteilung

# Schallbrechung an Scher- und Temperaturschichten





# Schalldurchgang durch Scher- und Temperaturschichtungen

Spezielle Ausbreitungseffekte in Strömungen können mit einfacher Wellengleichung nicht beschrieben werden, aber

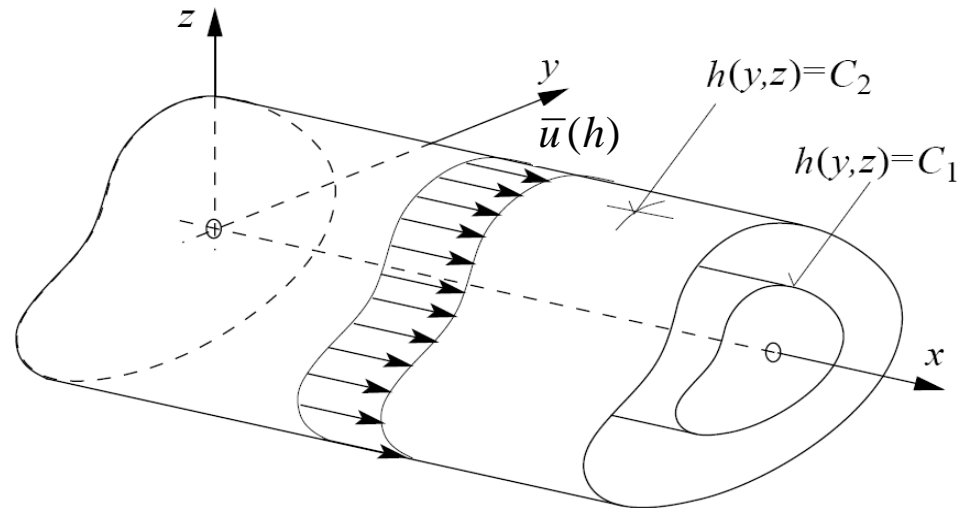
Für (quasi-) parallele Strömungen und Temperaturschichtungen kann eine Gleichung für die Druckstörungen aus den LEE isoliert werden:

$$\frac{D_\infty}{Dt} \left[ \frac{1}{\bar{a}^2} \frac{D_\infty^2 p'}{Dt^2} - \bar{\rho} \nabla \cdot \left( \frac{1}{\bar{\rho}} \nabla p' \right) \right] + 2 |\nabla h| \frac{d\bar{u}}{dh} \frac{\partial^2 p'}{\partial h \partial x} = 0 \quad (\text{keine Quellen})$$

z.B.:

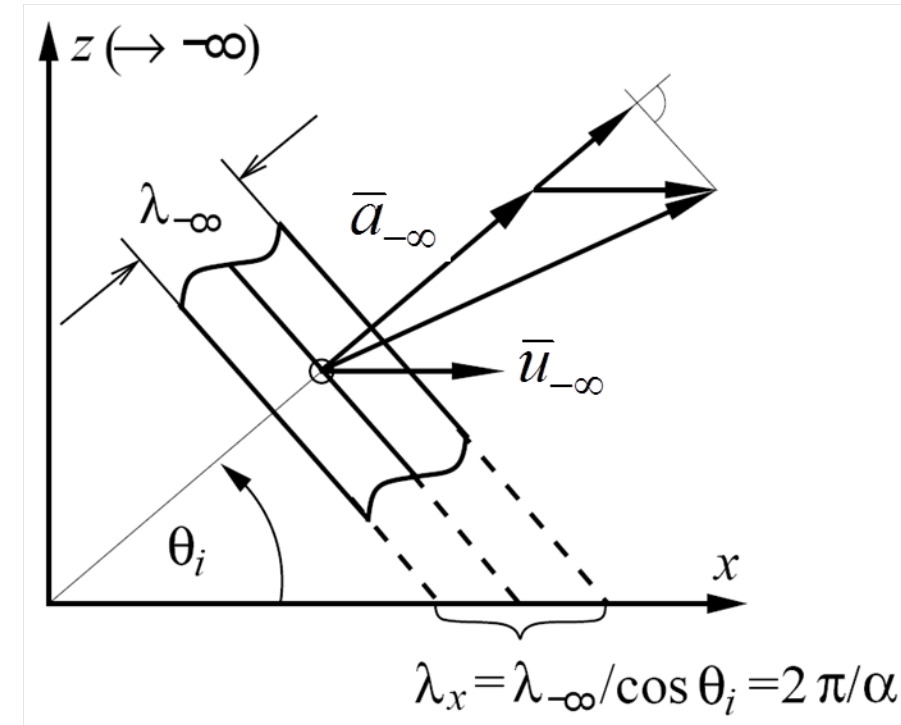
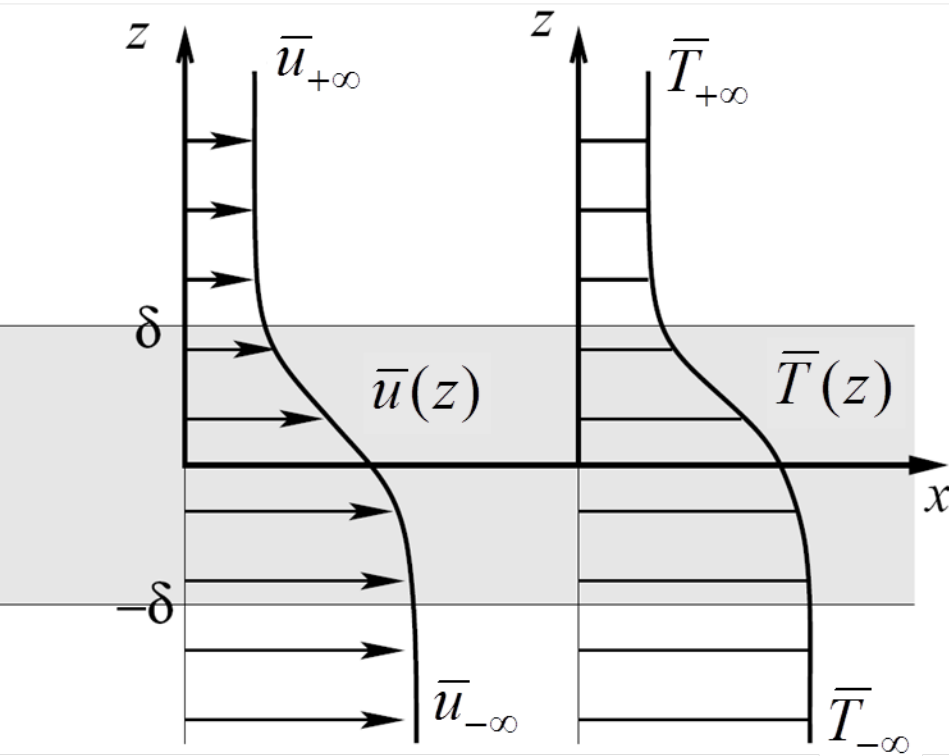
$h(y, z) = z$  ebene Scherschicht

$h(y, z) = \sqrt{y^2 + z^2}$  Strahlströmung



# Schalldurchgang durch Scher- und Temperaturschichtungen

Durchgang einer ebenen Welle durch ebene Scherschicht



$$(\bar{a}_{-\infty} + \bar{u}_{-\infty} \cos \theta_i) = \lambda_{-\infty} f$$

$$\frac{\omega}{\bar{a}_{-\infty} k_{-\infty}} = 1 + M_{-\infty} \cos \theta_i$$

$$k_{-\infty} = \frac{2\pi}{\lambda_{-\infty}}$$

# Schalldurchgang durch Scher- und Temperaturschichtungen

Durchgang einer ebenen Welle durch ebene Scherschicht

$$h(y, z) = z \quad \nabla h = \mathbf{e}_z \quad |\nabla h| = 1$$

$$\frac{1}{\bar{a}^2} \frac{D_\infty}{Dt} \left[ \frac{D_\infty^2 p'}{Dt^2} - \nabla \cdot (\bar{a}^2 \nabla p') \right] + 2 \frac{d\bar{u}}{dz} \frac{\partial^2 p'}{\partial h \partial z} = 0$$

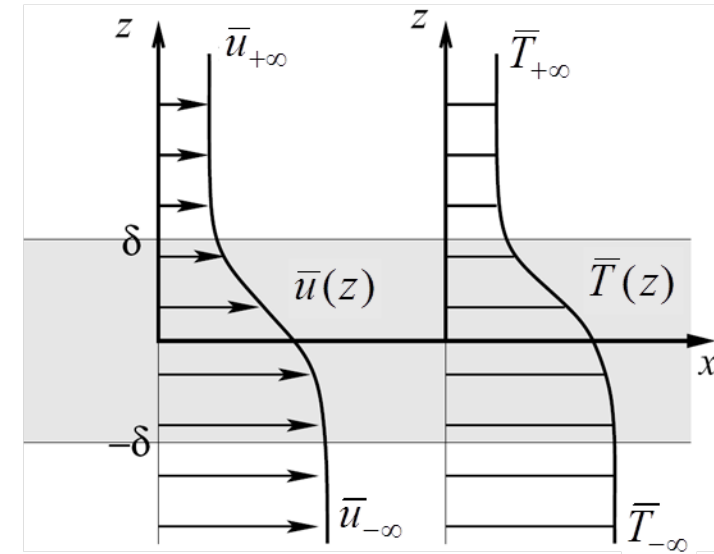
Exponentialansatz:

$$p' = \hat{p}(z) \exp(i\omega t - i\alpha x), \quad \alpha = k_{-\infty} \cos \theta_i$$

$$\frac{d^2 \hat{p}}{dz^2} + 2 \underbrace{\left( \frac{1}{\bar{a}} \frac{d\bar{a}}{dz} + \frac{\alpha}{\omega - \alpha \bar{u}} \frac{d\bar{u}}{dz} \right)}_{\text{„Dämpfungs/Anfachungskoeffizient!“}} \frac{d\hat{p}}{dz} + \left( \left[ \frac{\omega}{\bar{a}} - \alpha \bar{M} \right]^2 - \alpha^2 \right) \hat{p} = 0$$

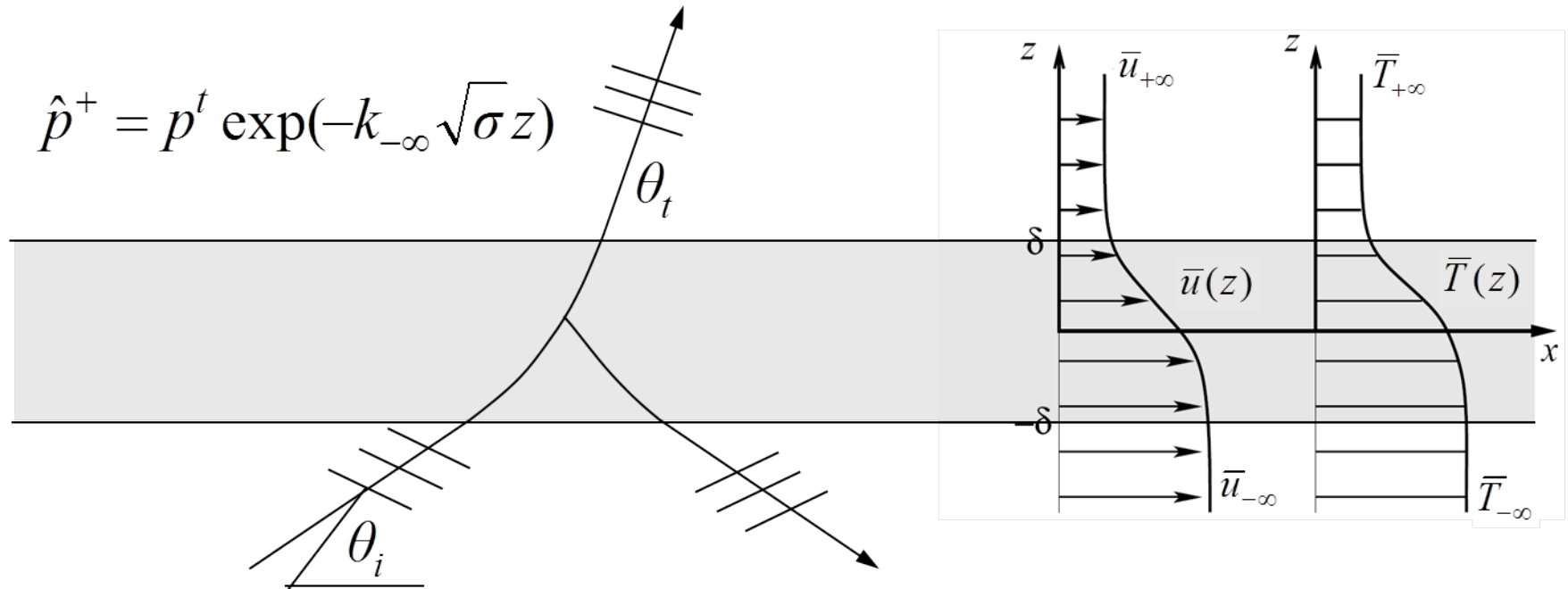
„Dämpfungs/Anfachungskoeffizient! (=0 außerhalb Scherschicht)

Nicht allgemein lösbar, deshalb separate Lösungen für  $z \rightarrow \pm\infty$  und  
Lösungskopplung an Übergangsschicht



# Schalldurchgang durch Scher- und Temperaturschichtungen

Durchgang einer ebenen Welle durch ebene Scherschicht



$$\hat{p}^- = p^i \exp(-i|k_{-\infty} \sin \theta_i|z) + p^r \exp(i|k_{-\infty} \sin \theta_i|z)$$

$$\sigma = \cos^2 \theta_i - \left[ \frac{\bar{a}_{-\infty}}{\bar{a}_{+\infty}} (1 + M_{-\infty} \cos \theta_i) - M_{+\infty} \cos \theta_i \right]^2$$

# Schalldurchgang durch Scher- und Temperaturschichtungen

Durchgang einer ebenen Welle durch ebene Scherschicht

Frequenz und Wellenlängenabschnitt muss über Schicht konstant sein  $\Rightarrow$

$$\cos \theta_t = \frac{\bar{a}_{-\infty} \cos \theta_i}{(\bar{u}_{-\infty} - \bar{u}_{+\infty}) \cos \theta_i + \bar{a}_{+\infty}}$$

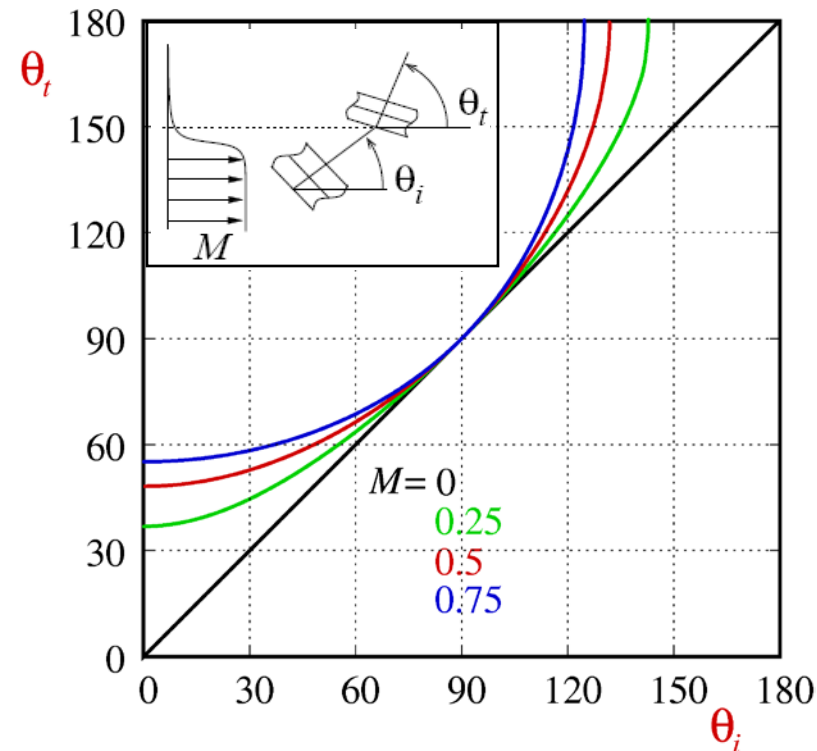
$$\lambda_{+\infty} = \frac{\bar{a}_{+\infty}}{(\bar{u}_{-\infty} - \bar{u}_{+\infty}) \cos \theta_i + \bar{a}_{-\infty}} \lambda_{-\infty}$$

Totalreflexion wenn  $\theta_t = 0^\circ, 180^\circ$ :

$$\cos \theta_i (\theta_t = \pi) = \frac{\bar{a}_{-\infty}}{(\bar{u}_{+\infty} - \bar{u}_{-\infty}) \cos \theta_i - \bar{a}_{+\infty}}$$

Schallschatten für  $\theta_i = 0^\circ, 180^\circ$ :

$$\cos \theta_t (\theta_i = 0) = \frac{\bar{a}_{+\infty}}{(\bar{u}_{-\infty} - \bar{u}_{+\infty}) \cos \theta_i + \bar{a}_{-\infty}}$$

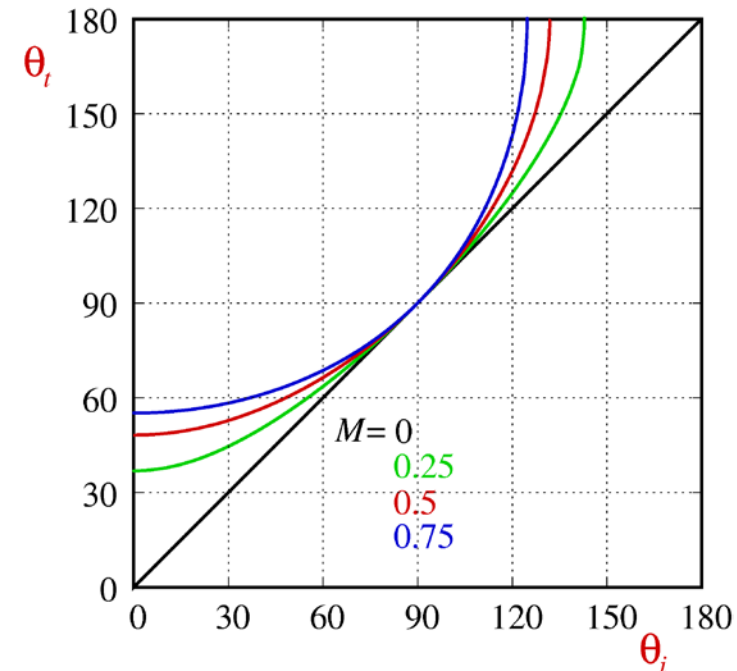
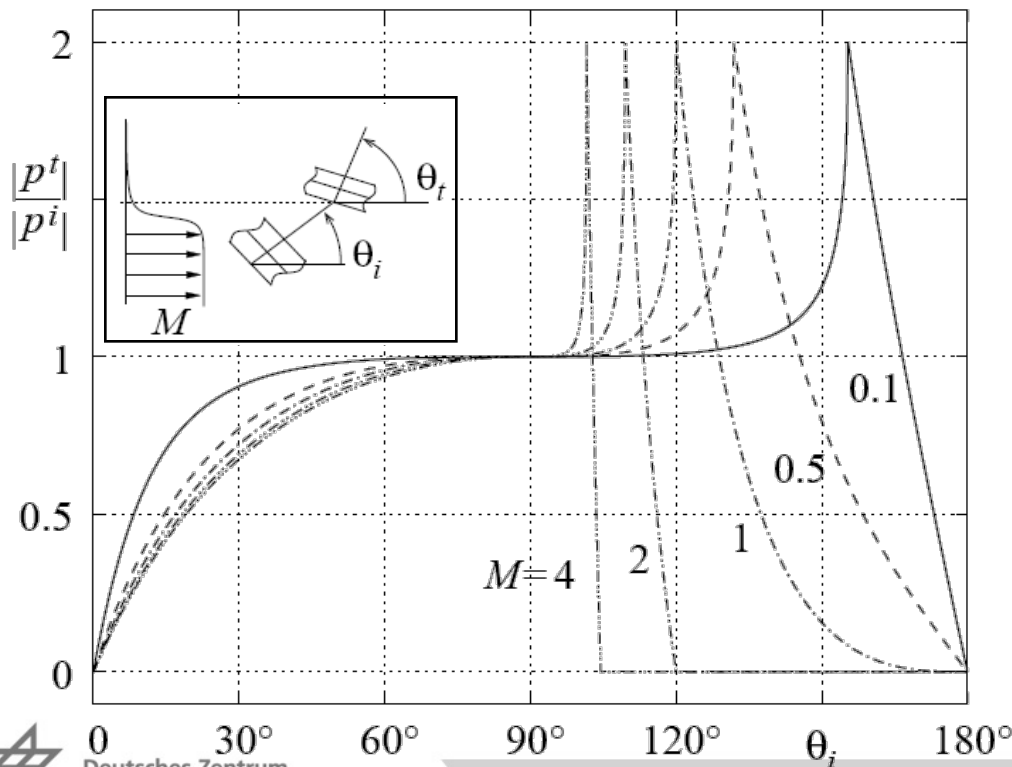


# Schalldurchgang durch Scher- und Temperaturschichtungen

Durchgang einer ebenen Welle durch ebene Scherschicht

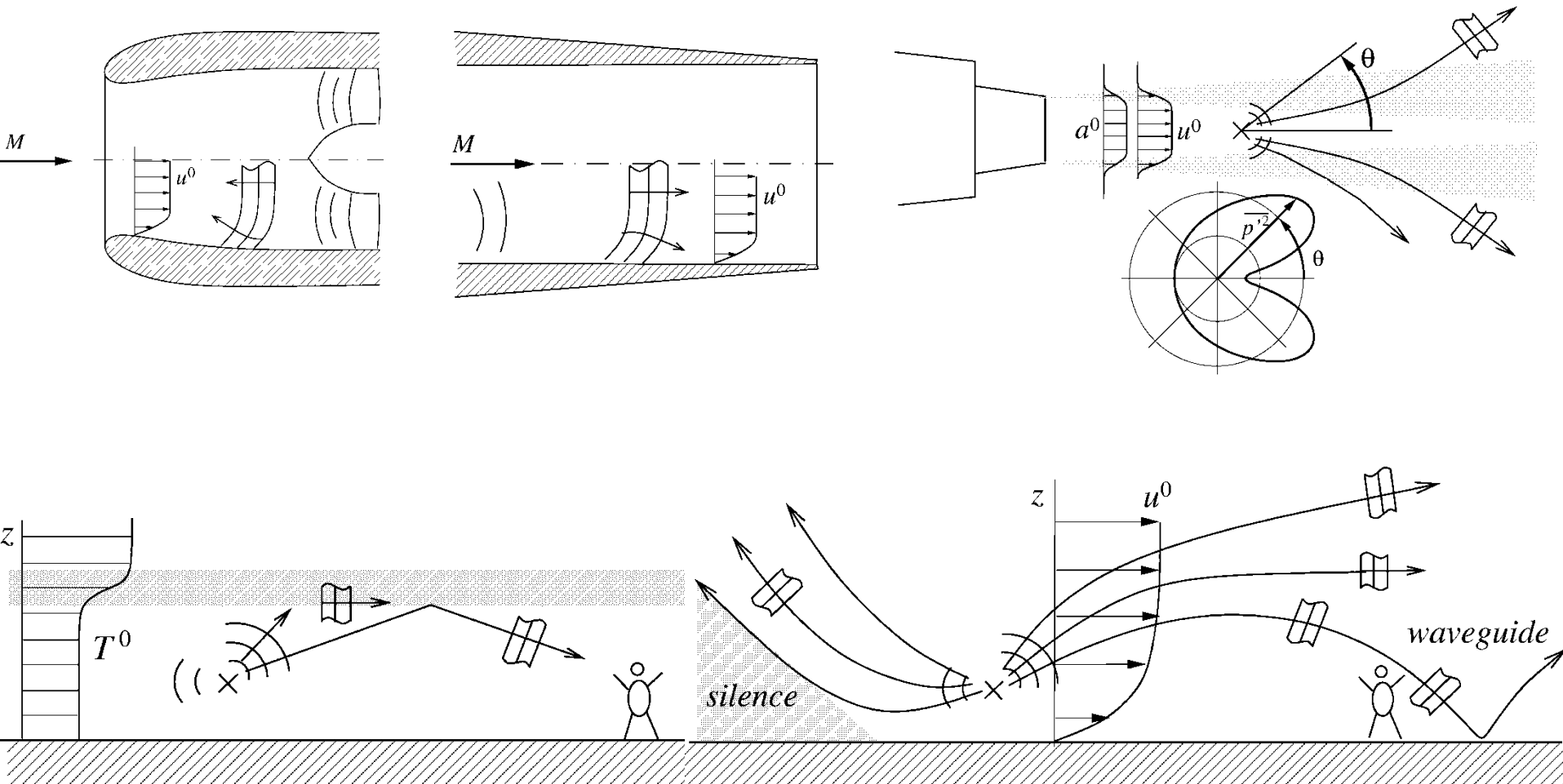
Amplitudenbeziehung unter Annahme unendlich dünner Schicht  $\Rightarrow$

$\frac{p^t}{p^i} = \frac{2 \sin \theta_i [\bar{a}_{-\infty} + (\bar{u}_{-\infty} - \bar{u}_{+\infty}) \cos \theta_i]^2}{\sin \theta_i [\bar{a}_{-\infty} + (\bar{u}_{-\infty} - \bar{u}_{+\infty}) \cos \theta_i]^2 + \sqrt{-\sigma} \bar{a}_{+\infty}^2}$	$\frac{p^r}{p^i} = \frac{p^t}{p^i} - 1$
--	---



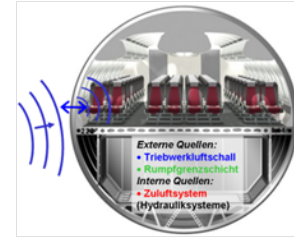
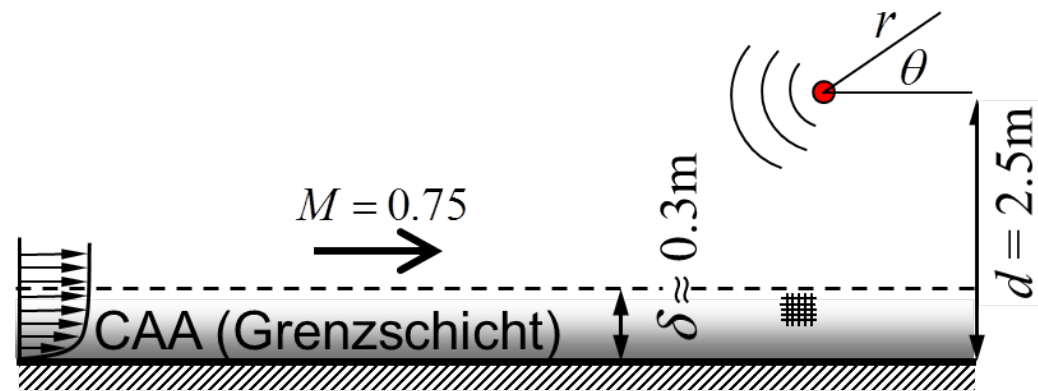
# Brechung an Scher- und Temperaturschichtungen

## Beispiele

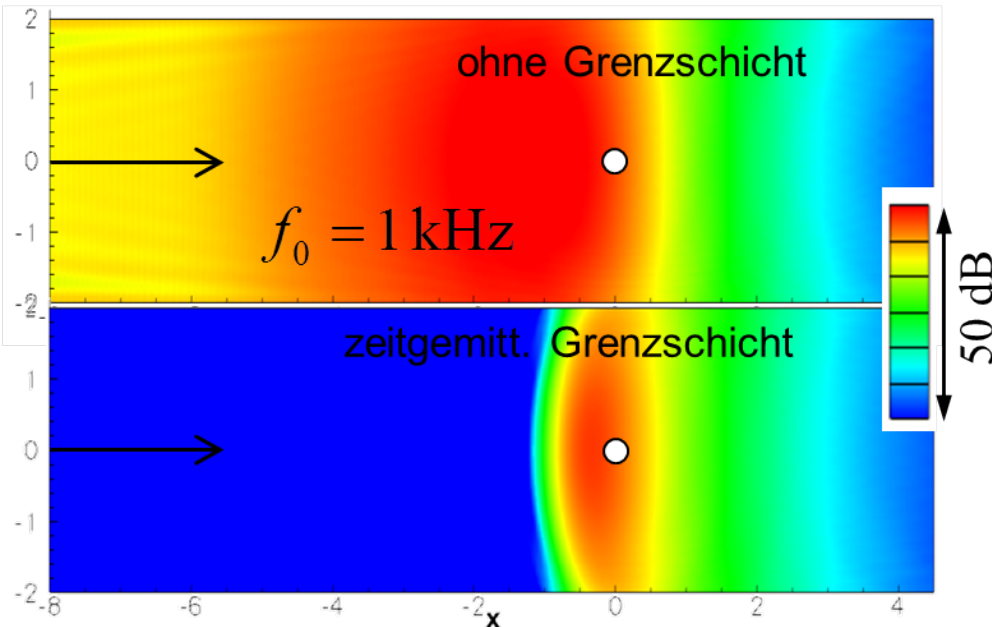


# Rumpfschalldruck aus Tonsignalen vom Triebwerk

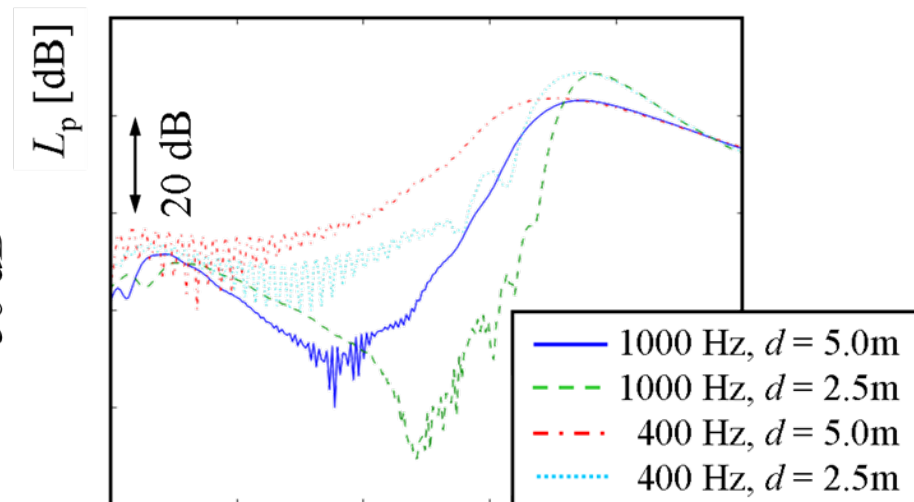
- Realreynoldszahl
- RANS/FRPM/LEE



## Oberflächendruckpegel von Punktquelle



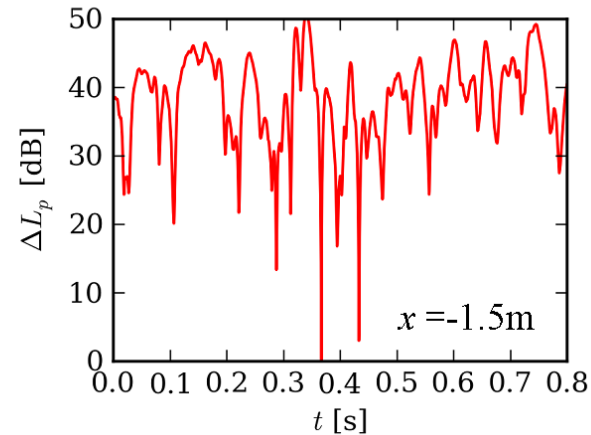
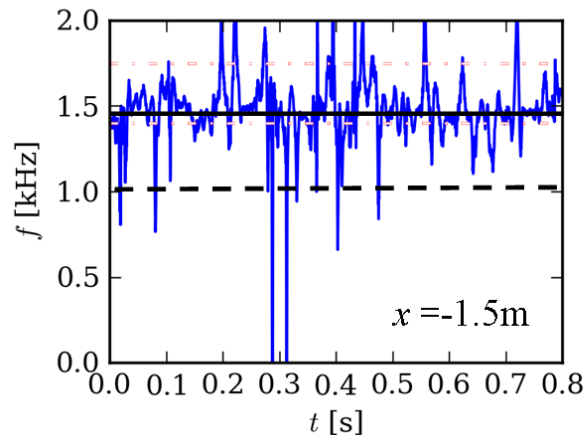
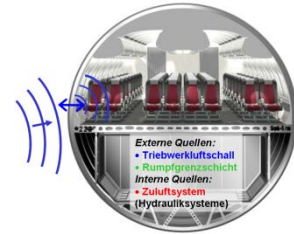
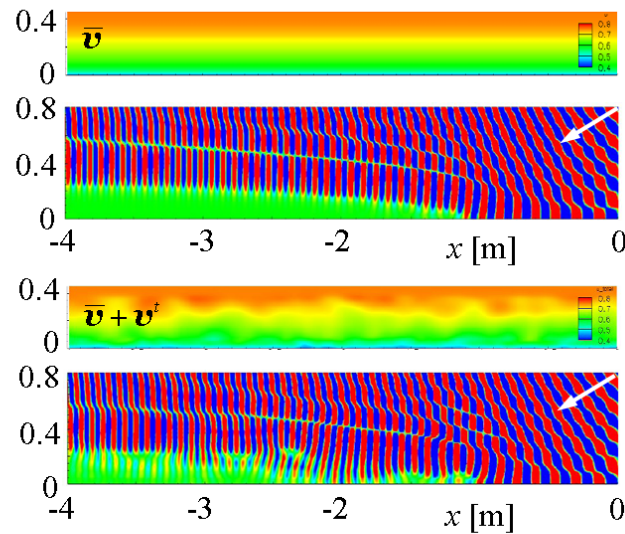
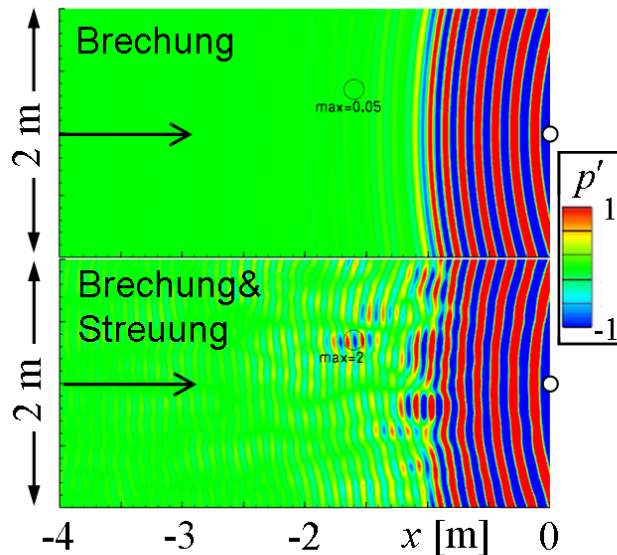
## Brechung



Siefert, Delfs, Caruelle, AIAA2011

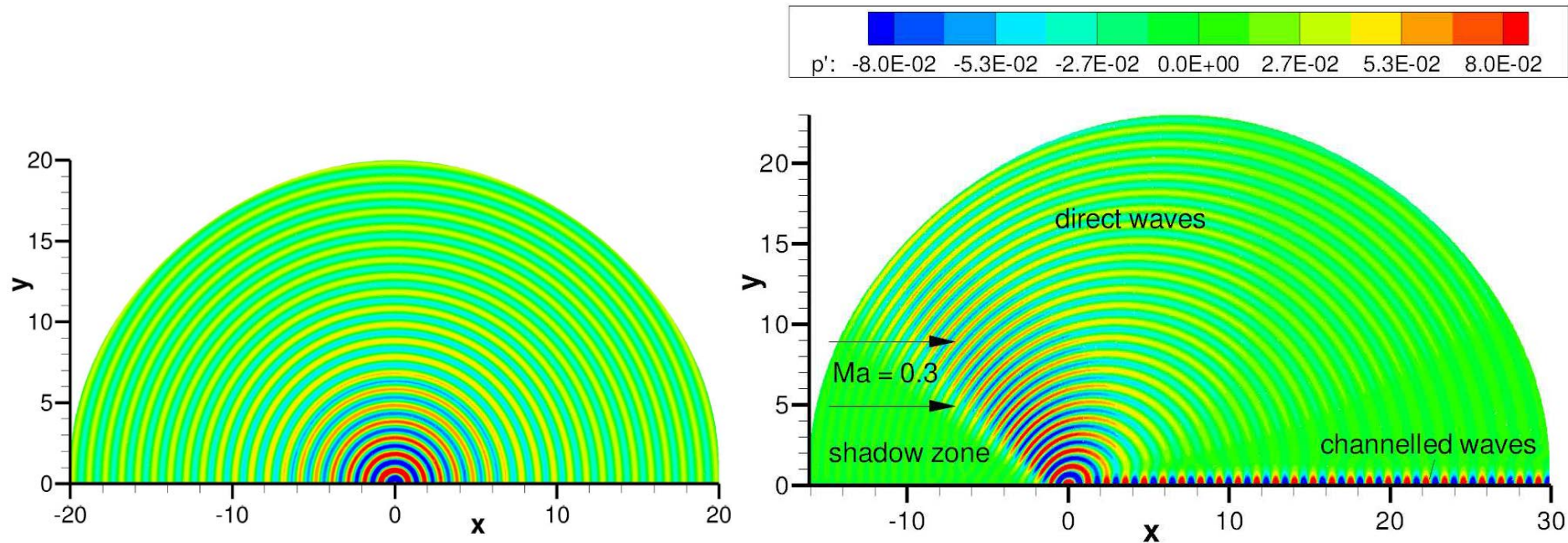
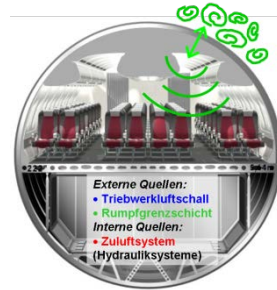


# Rumpfschalldruck aus Tonsignalen vom Triebwerk



Brechung + Streuung an bewegten turbulenten Wirbeln  
 $\Rightarrow$  Dopplerverschiebung (positionsabhängig) ! Siefert, Delfs, Caruelle, AIAA2011-2847

# Brechung von Schallquellen in Grenzschicht



⇒ Was wird durch Turbulenz wieder herausgestreut?

# Skalierungseffekte





# Skalierungseffekte - Ähnlichkeitskennzahlen

Entdimensionierung der linearisierten Eulergleichungen (Frequenzbereich):  
Referenzgrößen

Zeit  $T = 1/\omega$ , Ort  $L$ , Dichte  $\rho_\infty$ , Geschwindigkeit  $a_\infty$   
und den Druck  $\rho_\infty a_\infty^2$  (Stern bedeutet entdimensioniert):

$$t = T t^*, \quad \vec{x} = L \vec{x}^*, \quad p' = \rho_\infty a_\infty^2 p'^*, \quad \rho' = \rho_\infty \rho'^*, \quad \vec{v}' = a_\infty \vec{v}'^*$$

$$\frac{\omega L}{a_\infty} \hat{\rho}^* + \nabla^* \cdot (\hat{\rho}^* \vec{v}^* + \hat{v}^* \bar{\rho}^*) = 0$$

$$\frac{\omega L}{a_\infty} \bar{\rho}^* \hat{v}^* + \bar{\rho}^* (\vec{v}^* \cdot \nabla^* \hat{v}^* + \hat{v}^* \cdot \nabla^* \vec{v}^*) + \hat{\rho}^* \vec{v}^* \cdot \nabla^* \vec{v}^* + \nabla^* \hat{p}^* = 0$$

$$\frac{\omega L}{a_\infty} \hat{p}^* + \vec{v}^* \cdot \nabla^* \hat{p}^* + \hat{v}^* \cdot \nabla^* \bar{p}^* + \gamma (\hat{p}^* \nabla^* \cdot \vec{v}^* + \bar{p}^* \nabla^* \cdot \hat{v}^*) = 0$$

$$He := \frac{\omega L}{a_\infty} = 2\pi \frac{L}{\lambda}$$

+ implizit (in mittl. Feld)

$$Re := \frac{U_\infty L}{\nu_\infty}$$

$$M := \frac{U_\infty}{a_\infty}$$





# Skalierungseffekte - Ähnlichkeitskennzahlen

Aeroakustische Ähnlichkeit besteht, wenn  $He$ ,  $Re$  und  $M$  von Original und Modell übereinstimmen, speziell:

$$He^{Modell} = He^{Original} \Rightarrow f^{Modell} = \frac{L^{Original}}{L^{Modell}} f^{Original}$$

Alternative Kennzahl (Strouhalzahl):

$$Sr := \frac{He}{2\pi Ma} = \frac{f L}{U_{\infty}}$$

Die Helmholtzzahl charakterisiert die rein akustischen Bedingungen  
Die Strouhalzahl charakterisiert die aeroakustische Quelle  
Die Reynoldszahl charakterisiert die Kraftverhältnisse in der Strömung

# Schallintensität in Strömungen



Deutsches Zentrum  
DLR für Luft- und Raumfahrt e.V.  
in der Helmholtz-Gemeinschaft



# Schallintensität bei Strömungen

Kombination von Impuls- und Druckgleichung unter Annahme einer Potenzialströmung und isentroper Störungen (Schall), vgl. [2]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\bar{\rho}}{2} v'^2 + \rho' \bar{v} \cdot v' + \frac{1}{2\bar{\rho}a^2} p'^2 \right] + \nabla \cdot \left[ \left( v' + \frac{\rho'}{\bar{\rho}} \bar{v} \right) (p' + \bar{\rho} \bar{v} \cdot v') \right] = 0$$

Zeitliche Mittelung ergibt:

$$\nabla \cdot \underbrace{\left[ \left( v' + \frac{\rho'}{\bar{\rho}} \bar{v} \right) (p' + \bar{\rho} \bar{v} \cdot v') \right]}_{:= \vec{I} \text{ (Intensität)}} = 0$$

- \* Erhaltungsbeziehung:  $\oint \vec{I} \cdot d\vec{A} = 0$
- \* verallgemeinerte Schallintensität im strömenden Medium nach Myers
- \*  $\bar{v} = 0$  : klassische Intensitätsdefinition für ruhendes Medium

Beachte: Drehungsfreiheit vorausgesetzt (Verhalten in Scherströmungen?):

- \* Schallintensität könnte bei Umwandlung von Schall in Wirbel verloren gehen
- \* Schallintensität könnte aus Wirbelstörungen entstehen
- \* gleiches gilt für Entropiestörungen

# Umrechnung Windkanaltest/Überflug bzw. Vorbeifahrt





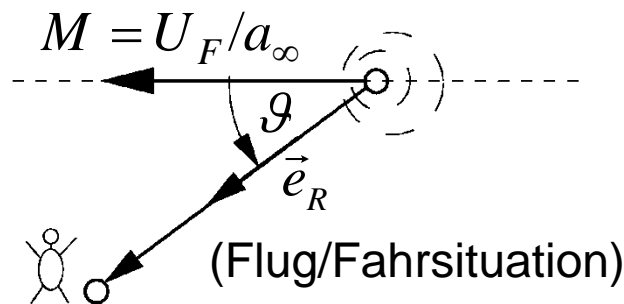
# Umrechnung Windkanaltest/Überflug bzw. Vorbeifahrt

**Aufgabe :** Übertragung von Messdaten aus Windkanal auf Flugzustand.

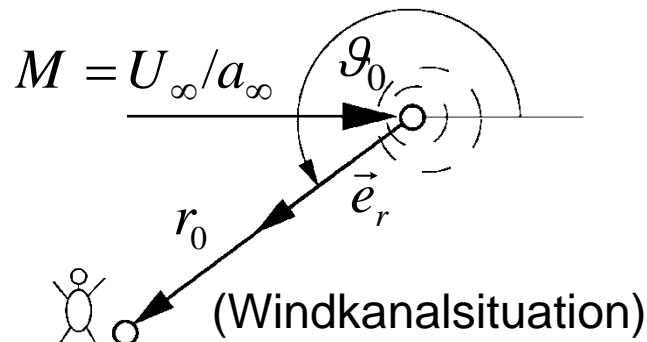
**gegeben:** Anströmgeschwindigkeit WK  $U_\infty$  Flug/Fahrgeschwindigkeit:  $U_F = U_\infty$

**Teil 1:** ruhende, angeströmte Quelle vs. bewegte Quelle im ruhendem Medium

Elementarlösung ruhende Pktmassenquelle mit Quellstärke  $\theta_p$  (Fernfeldlsg.):



$$p'(\vec{x}, t) = \frac{D_F}{4\pi R} \frac{\partial \theta_p}{\partial \tau} \bigg|_{t-R/a_0} \quad D_F = \frac{1}{(1 - M \cos \vartheta)^2}$$



$$p'(\vec{x}, t) = \frac{D_C}{4\pi r_0} \frac{\partial \theta_p}{\partial \tau} \bigg|_{t-r_0^+/a_0} \quad D_C = \frac{1}{(1 - M^2 \sin^2 \vartheta_0)(\sqrt{1 - M^2 \sin^2 \vartheta_0} + M \cos \vartheta_0)}$$

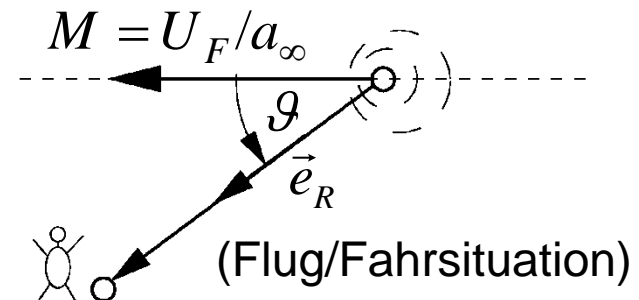
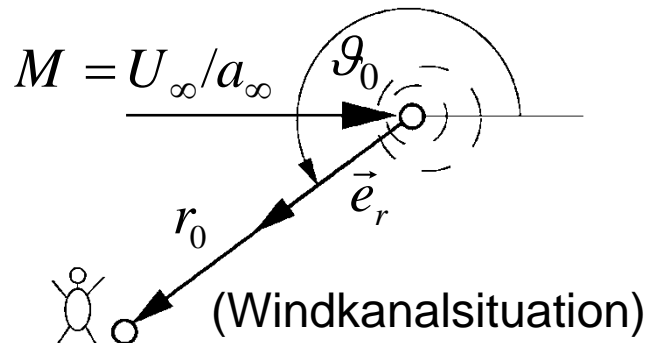
$D_F \neq D_C ?$

# Umrechnung Windkanaltest/Überflug bzw. Vorbeifahrt

## Teil 1: ruhende, angeströmte Quelle vs. bewegte Quelle im ruhendem Medium

$$\left. \begin{array}{l} \text{für } \vartheta_0 = 0 \Rightarrow D_C = (1 + M)^{-1} \\ \text{d.h. } \vartheta = \pi \Rightarrow D_F = (1 + M)^{-2} \end{array} \right\} \text{konvektive Minderung stromab}$$

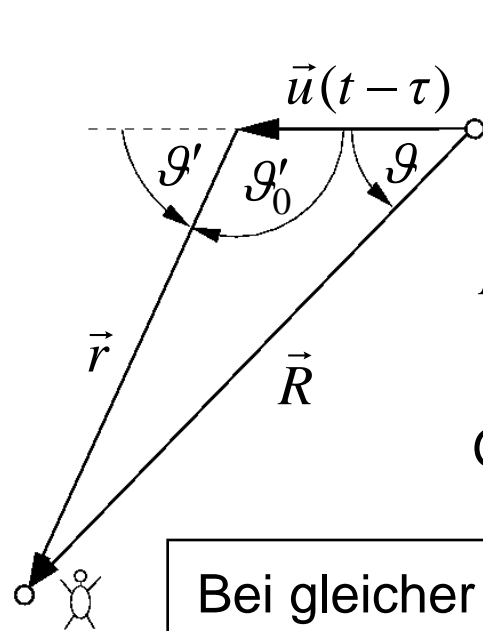
$$\left. \begin{array}{l} \text{für } \vartheta_0 = \pi \Rightarrow D_C = (1 - M)^{-1} \\ \text{d.h. } \vartheta = 0 \Rightarrow D_F = (1 - M)^{-2} \end{array} \right\} \text{konvektive Verstärkung stromauf}$$



# Umrechnung Windkanaltest/Überflug bzw. Vorbeifahrt

**Teil 1:** ruhende, angeströmte Quelle vs. bewegte Quelle im ruhendem Medium

Werte Signal zum Empfangszeitpunkt  $t$  und nicht Sendezeitpunkt  $\tau$  aus und entsprechend Winkellage sowie Abstand



$$r = R \sqrt{1 + M^2 - 2M \cos \vartheta} \quad (*)$$

$$\cos \vartheta = M \sin^2 \vartheta' + \cos \vartheta' \sqrt{1 - M^2 \sin^2 \vartheta'} \quad (**)$$

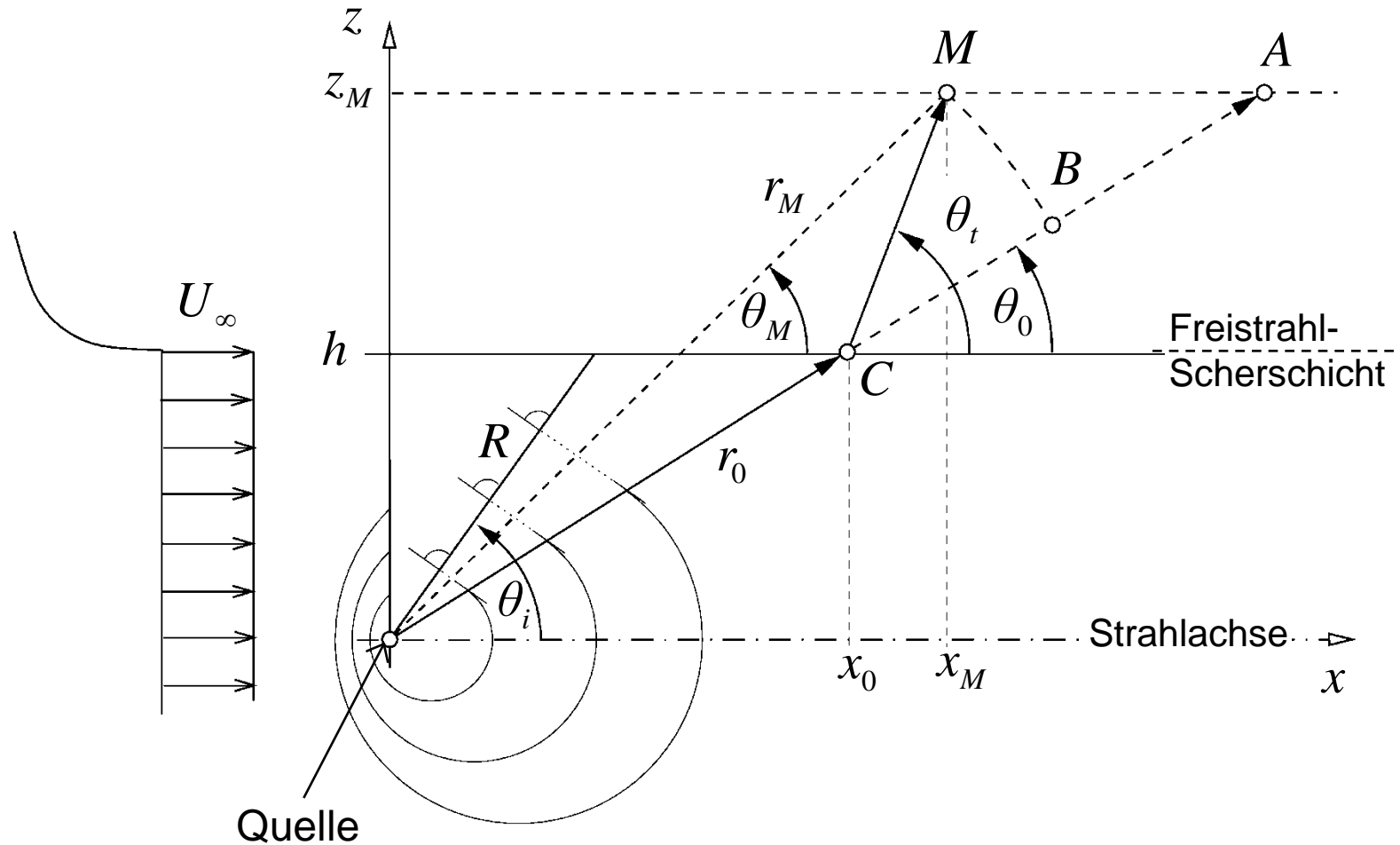
$$D'_F = \frac{1}{(1 - M^2 \sin^2 \theta'_0)(\sqrt{1 - M^2 \sin^2 \theta'_0} + M \cos \theta'_0)} = D_C(\theta'_0) \quad \checkmark$$

Gilt für alle Quellen!

Bei gleicher Machzahl und gleicher Quellverteilung können Windkanaldaten direkt (ohne Kenntnis der Quellart) auf Überflug/Vorbeifahrtsituation übertragen werden, sofern Abstrahlungswinkel nach (\*\*) und Abstände nach (\*) umgerechnet werden (Werte zum Empfangszeitpunkt).

# Umrechnung Windkanaltest/Überflug bzw. Vorbeifahrt

## Teil 2: Scherschichtkorrektur bei akustischen Windkanälen mit Freistrahlschicht (nach Amiet)



# Umrechnung Windkanaltest/Überflug bzw. Vorbeifahrt

## Teil 2: Scherschichtkorrektur bei akustischen Windkanälen mit Freistrahle (nach Amiet)

Iterative Bestimmung des wahren Abstrahlwinkels  $\theta_0$  und Ausfallswinkels  $\theta_t$

$$z_M \cot \theta_M = \cot \theta_0 + (z_M - h) \cot \theta_t \quad \leftarrow \text{Strahlengeometrie}$$

$$\cot \theta_0 = \frac{(1 - M^2) \cos \theta_t + M}{\varsigma} \quad \leftarrow \text{mit } \varsigma = \sqrt{(1 - M \cos \theta_t)^2 - \cos^2 \theta_t} \text{ aus Refraktionsgleichung}$$

Danach Bestimmung der Schalldruckumrechnung von Punkt  $M$  zu Punkt  $A$ :

$$\frac{\overline{p_A'^2}}{p_M'^2} = \frac{h^2}{z_M^2} \frac{[\sin \theta_t + (z_M/h - 1)\varsigma]}{\sin \theta_t} \frac{[\sin^3 \theta_t + (z_M/h - 1)\varsigma^3]}{\sin^3 \theta_t} \frac{[\varsigma + \sin \theta_t (1 - M \cos \theta_t)^2]^2}{4\varsigma^2}$$

Lauf-  
strecken-  
unterschied  
Punkt  $C$  zu  $A$

geometr. Dämpfung  
(Strahlröhrenaufsprei-  
zung in  $x$ - $z$  Ebene)

geometr. Dämpfung  
(Strahlröhrenaufsprei-  
zung in  $y$ )

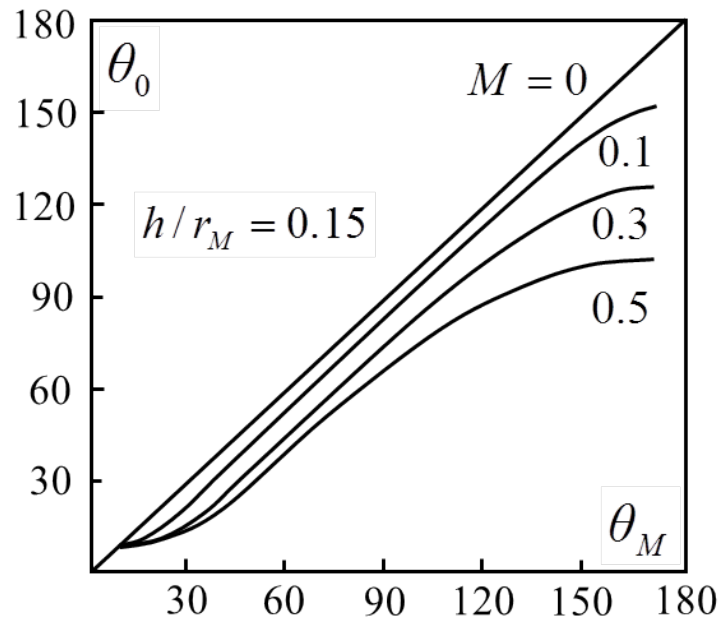
Intensitätssprung über  
Scherschicht an Pkt.  $C$



# Umrechnung Windkanaltest/Überflug bzw. Vorbeifahrt

## Teil 2: Scherschichtkorrektur bei akustischen Windkanälen mit Freistrahle (nach Amiet)

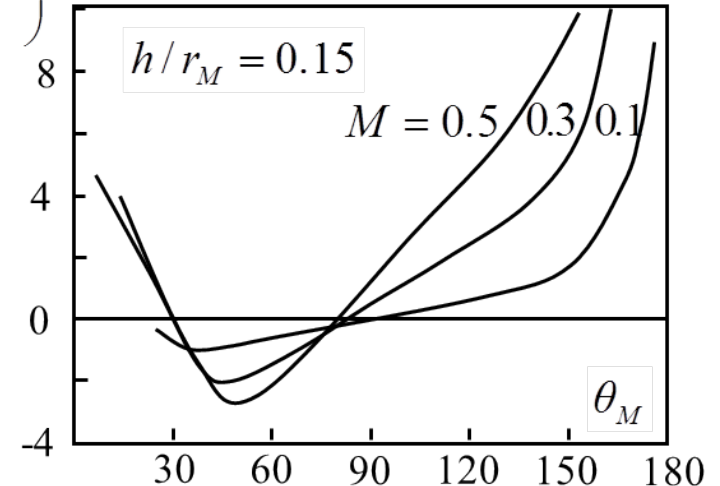
Winkelkorrektur



$$10 \lg \left( \overline{p_B'^2} / \overline{p_M'^2} \right)$$

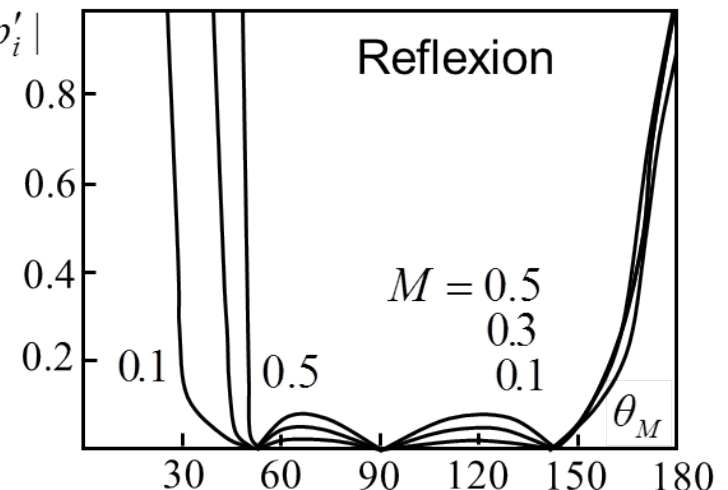
$$\frac{\overline{p_B'^2}}{\overline{p_A'^2}} = \frac{\sin^2 \theta_M}{\sin^2 \theta_0}$$

Amplitudenkorrektur



$$\frac{|p_r'|}{|p_i'|}$$

Reflexion



$$\frac{p_r'}{p_i'} = \frac{\zeta - (1 - M \cos \theta_t)^2 \sin \theta_t}{\zeta + (1 - M \cos \theta_t)^2 \sin \theta_t}$$

# **prinzipielle Maßnahmen zur Geräuschminderung bei Strömungsschallquellen**





# Minderung von Strömungsschallquellen

## Entwurf lärmarmen aerodynamischer Komponenten

*Kantenschrägung:* Zu- oder Abströmkanten gegenüber der Strömungsrichtung schrägen (Lüfter, Triebwerksstator, Fenestron, Hochgeschwindigkeitspropeller...).

Prinzip: azimuthaler Versatz von Profilschnitten erzeugt Versatz in retardierten Zeiten bei Rotoren; Schrägung reduziert zeitliche Änderung von Wirbelstörungen bei Konvektion über Kanten (quellrelevant).

*Schlanke Rotorblattprofile:* reduziert Verdrängungslärm und Volumenquellterme bei transsonischen Geschwindigkeiten

*Geringe Profilnasenkrümmung:* Vorderkantengeräusch bei gestörter Zuströmung steigt mit Nasenkrümmung

*Leise Klappenstellung bei Hochauftriebssystemen:*  
Klappenanordnungen so wählen, dass Übergeschwindigkeiten in Spalten gering bleiben (z.T. Zielkonflikt mit Aerodynamik)



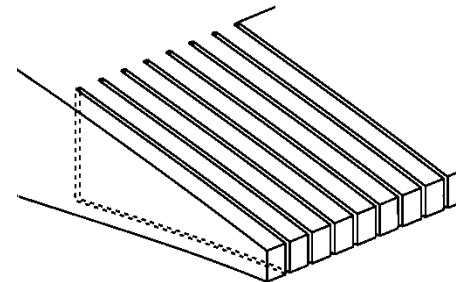
# Minderung von Strömungsschallquellen

## Lärmminderungstechnologien

*Kantenmodifikation:* Einsatz strömungsdurchlässiger Materialien, z.B. Feinstschlitze oder Bürstenfortsätze an Kanten (sehr erfolgreich bei Hinterkantengeräusch).

*Strömungsdurchlässige Verkleidungen:* Fahrwerkgeräusch kann durch aerodynamische Verkleidungen zunehmen, da Verdrängungen Übergeschwindigkeiten erzeugen, Besser: Strömungsdurchlässigkeit.

*Aktive Maßnahmen:* aktive Statoren, Ausblasen zur Strömungskontrolle oder Abdrängen von Zuströmung, Aktive Blattkontrolle an Hubschrauberhauptrotoren...





# Literatur

